

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：地球物理研究所 不分組 科目：微積分 共 / 頁 第 / 頁

1. 求取下列各式之極限值：

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 3x$ (5%) (b) $\lim_{x \rightarrow 4} \left[\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{4} \right) \left(\frac{1}{x-4} \right) \right]$ (5%) (c) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x^2 - 1|}{x+1}$ (5%)

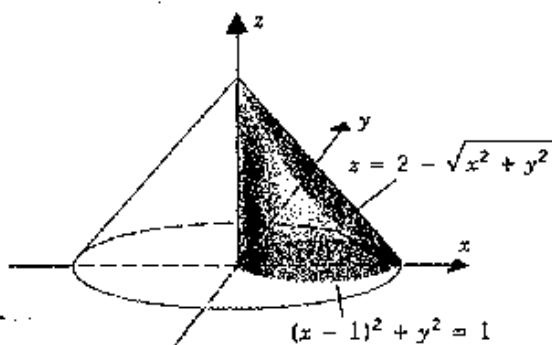
2. 展開下列數列

(a) $\sqrt{x} \tan^{-1} \sqrt{x}$ (5%) (b) $e^{\sin x}$ 展開至 x^4 (5%) (c) 估算 $\int_0^{1/2} \frac{dx}{1+x^4}$ 至小數 0.01 位 (5%)

3. 求得下列積分式

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ (10%)

4. 計算右圖圓錐體之體積，其表面之函數為 $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ，而底部之函數為： $\Omega = (x-1)^2 + y^2 \leq 1$ 。(10%)



5. 計算下式：Laplacean $\nabla^2(\sin r)$ ，其中 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。(10%)

6. 驗證： $\nabla \times (\nabla \times \vec{v}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{v}) - \nabla^2 \vec{v}$ ，其中 $\nabla^2 \vec{v} = (\nabla^2 v_1)\vec{i} + (\nabla^2 v_2)\vec{j} + (\nabla^2 v_3)\vec{k}$ 。(10%)

7. 計算下式

(a) $u = x^2 - y^2$ ，其中 $x = t^2 - 1$ ， $y = 3 \sin \pi t$ ，得出 $\frac{du}{dt}$ 。(5%)

(b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} dx$ (5%)

(c) $\int_0^{2\pi} \cos mx \cos nx dx, m \neq n$ (5%)

(d) $\int x^3 \sin x^2 dx$ (5%)

(e) $y = \frac{\operatorname{sech} x}{1 + \cosh x}$ ，求出 $\frac{dy}{dx}$ (5%)

(f) $y = \sqrt{ax} + \frac{a}{\sqrt{ax}}$ ，求出 $\frac{dy}{dx}$ (5%)

參考用