

所別：應用地質研究所碩士班 一般生、學位在職生 科目：微積分

1. 函數 $f(x) = \ln(\sqrt{1 + \sin 2x} + x)$ ，試求 $f'(x)$ 。(10分)
2. 方程式 $x^2 y^3 + e^x \sin y = e^{x^2}$ ，試求 $\frac{dy}{dx}$ 。(10分)
3. 已知兩未知數 x 、 y 之積為 576，試求 $x + 2y$ 之最小值。(10分)
4. 函數 $f(x) = \ln\left(\frac{\sin x}{x + \cos x}\right)$ ，試求 $f'(x)$ 。(10分)
5. 試求函數 $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 28$ 之所有相對極大與極小值。(10分)
6. 計算 $\int_2^4 \sqrt{x+2} dx$ 。(10分)
7. 試求 $\int \sqrt{1-x^2} \cdot dx$ 。(10分)
8. 試求 $\int \frac{x}{\sqrt[3]{1+2x}} dx$ 。(10分)
9. 繪出 $y = x^3$ 以及 $y = x^2$ 兩個方程式之圖形，並計算兩個圖形所圍成區域之面積。(10分)
10. 已知某一中空圓柱岩石試體(橫剖面如下圖)，由內向外滲透的水流量為一常數 q ，根據達西定律可得到以下方程式：

$$q = -k \cdot \frac{dh}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L$$

式中 r 為中空圓柱岩石試體實心部分至圓心的距離(為變數；中空圓柱試體內徑為 R_1 ，外徑為 R_2)， h 為水頭(為變數；中空圓柱內部水頭為 H_1 ，中空圓柱外部水頭為 H_2)， L 為中空圓柱岩石試體高度(為一常數)，請證明滲透係數

$$k = \frac{q \cdot \ln(R_2 / R_1)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot (H_1 - H_2)} \quad (10 \text{ 分})$$

