

參考用

1) 試求出二正實數使其積為16, 然而其和為極小值 5%

2) 依 Snell's 定律說明當地震波從一介質傳遞至另一介質時, 其相關折射現象可藉如右公式表示之. 即 $\frac{\sin\theta_1}{C_1} = \frac{\sin\theta_2}{C_2}$, 此時 θ_1, C_1 表入射角及第一介質波速, 而 θ_2, C_2 表折射角及第二介質波速. 請利用 Fermat 原理證明之. 5%

3) 試求下列各項 30%

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x - \sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

c) $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

d) $\int_1^8 x^{-\frac{2}{3}} dx$

e) $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} dx$

f) $\int \frac{1}{x^2+2x+2} dx$

4) 試求經過點 (0, 1) 及在點 (x, y) 其斜率為 x^2-2 之方程式 5%

5) 求 $(f^{-1})'(y)$ 值, 而函數 $f(x) = x^3 + 1$ 5%

6) 請用指冪級數 (power series) 表示函數 $f(x) = (e^x - 1)/x$ 10%

7) 請試求心形函數 $r = 2(1 + \cos\theta)$ 的周長 10%

8) 試求函數 $f(x, y, z) = 2x - 2y + z$ 坐落在球體 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 上之極大值與極小值. 10%

9) 請解下列微分方程式 20%

a) $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 0$

b) $y' = \frac{2xy^2 + y \sin x}{\cos x - 2x^2y}, y(0) = 1$