

1. 求以下微分方程之通解

(10%) (a) $xy' + y = x \sin 2x$

(10%) (b) $y' = \frac{y}{x} + 3\sqrt{\frac{x}{y}}$

2. 請用 Laplace 變換求解以下之初始值問題

(20%) $y'' - 5y' + 4y = e^{2x}$

$y(0) = 1, y'(0) = 0$

3. 請求出以下之空間中二條直線間之最短距離。

(20%) $L_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-1}{-1}$

$L_2: \frac{x-4}{-4} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+2}{1}$

4. 請用以下矩陣 A 所對應之單位化特徵向量 (normalized eigenvectors), 將向量 $\underline{x} = (2, 0, 1)^T$ 展開。

(20%) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. 求 α 值使得以下之矩陣具有逆矩陣

(20%) $\begin{pmatrix} -\alpha & \alpha-1 & \alpha+1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2-\alpha & \alpha+3 & \alpha+7 \end{pmatrix}$

參考