

所別：光機電工程研究所碩士班 甲組(機電系統控制組) 科目：工程數學及程式設計
機械工程學系碩士班 丁組(系統) 工程數學(含程式設計)
生物醫學工程研究所碩士班

一、(25%=5%+5%+10%+5%)

1.

(a) Solve the initial value problem $y' + y^2 = 1$, $y(0) = 0$. (5%)

(b) Find the general solution of the differential equation (5%)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y \cos x - \sin y}{x \cos y + \sin x}$$

2. Find the general solution of the differential equation (10%)

$$y'' + y' - 2y = (x+1)e^x$$

3. Consider the eigenvalue problem

$$(p(x)y')' + \{q(x) + \lambda r(x)\}y = 0, \quad \alpha < x < \beta$$

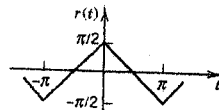
$$p(\alpha) = p(\beta), \quad y(\alpha) = y(\beta), \quad y'(\alpha) = y'(\beta)$$

where $p \geq 0$, $q \leq 0$, and $r > 0$ are all real and continuous for $\alpha \leq x \leq \beta$.

(a) Show that eigenfunctions corresponding to distinct eigenvalues are orthogonal with respect to the weight function $r(x)$. (5%)

二、(25% = 9%+9%+7%)

1. Find the Fourier series of the periodic function $r(t)$ of period $p = 2\pi$, as shown below. (9%)



2. Mathematically prove that the eigenvalues of a symmetric matrix are real. (9%)

3. It has been known that $\text{curl}(\nabla f)$ is a zero vector for any twice continuously differentiable scalar function f . Physically explain why? (7%)

注意：背面有試題

所別：光機電工程研究所碩士班 甲組(機電系統控制組) 科目：工程數學及程式設計
機械工程學系碩士班 丁組(系統) 工程數學(含程式設計)
生物醫學工程研究所碩士班

三、工程數學(25% = 12%+13%)

1. Use the Laplace transform to solve

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad 0 < x < 3, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(3, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{3}, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (12\%)$$

2. Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{\cos 2\theta}{2 - \cos \theta} d\theta.$ (13%)

四、程式設計(25%=10%+15%)

以下題目請使用 C、Basic 或 Fortran 程式語言回答，並且所有題目必須使用相同的程式語言回答。

1. 請寫出一迴圈，計算 $y = a \times x$ ，其中 $a = 10$ ， x 由 10 到 50，請用 for 迴圈寫出程式，所有變數均請宣告。 (10%)

2. 對於任意一整數 n ，試寫出一段程式判斷 n 是否為質數。若 n 為質數，則變數 Flag 之值為「1」，否則 Flag 為「0」。假設 n 之值已知，程式中無需管其輸入方式，所有變數均請宣告。 (15%)