

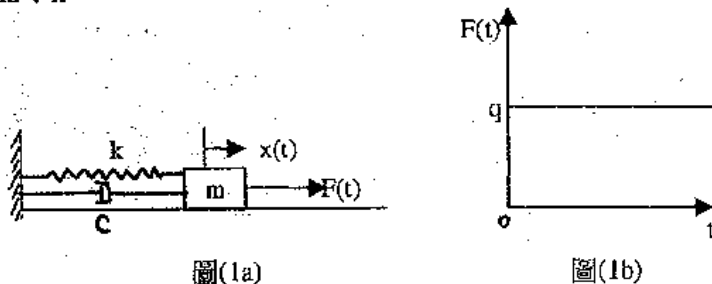
央大學八十九學年度碩士班研究生入學試題卷

土木工程學系甲丙戊組 科目： 工程數學 共 / 頁 第 / 頁

1. 如圖(1a)所示之彈簧—阻尼—質量塊系統，其中 k 為彈簧勁度， c 為阻尼係數， m 為塊體之質量。此一系統初始時為靜止，然後承受一如圖(1b)所示之荷載 $F(t)$ 。此塊體之運動方程可表成 $\ddot{x} + 2\xi\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F}{m}$ 。並且此一系統為低阻尼系統，也就是 $c^2 < 4mk$ 或

$$\xi = \frac{c}{2m} \sqrt{\frac{m}{k}} < 1$$

。請求解塊體之變位 $x(t)$? (20%)



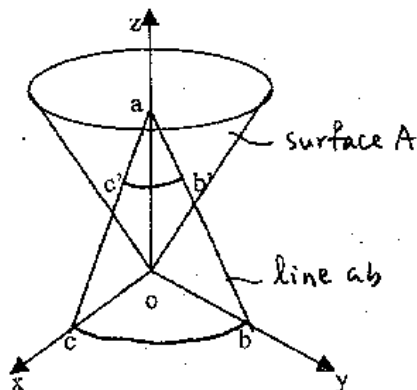
2. 如圖(2)所示，線 ab 的一端在 a 點固定而另一端 b 點則沿曲線 bc 移動，此一直線移動時和曲面 A 相交的軌線為 $b'c'$ 。

曲面 A 之方程式為： $z = 3x^2 + 4y^2$ 。曲線 bc 之方程式為： $x^2 + y^2 = 4$ 。點 a, b, c 之坐標分別為 $a(0,0,4)$ ， $b(0,2,0)$ ， $c(2,0,0)$ 。

(i) 請求出直線 ab 所走出之曲面 abc 之方程式? (5%)

(ii) 請求出曲面 A 和曲面 abc 在 $x = y$ 處之夾角? (10%)

(iii) 若有一方向量 $\vec{F} = y\vec{i} + x\vec{j} + z^3\vec{k}$ 在軌線 $b'c'$ 上由 b' 至 c' 作用，請求出此力所作之功? (5%)



圖(2)

3. 已知矩陣 A 之部份元素的值及其二個特徵向量 \vec{e}_1 及 \vec{e}_2 ：

$$[A] = \begin{bmatrix} 7.3 & 0.2 & a \\ -11.5 & 1.0 & b \\ 17.7 & 1.8 & c \end{bmatrix}, \quad \vec{e}_1 = [-1, 3, -1], \quad \vec{e}_2 = [1, -1, 3]$$

(i) 請求出矩陣 A 中待定之常數 a, b, c ? (10%)

(ii) 請求出特徵向量所對應之特徵值 λ_1 及 λ_2 ? (5%)

(iii) 求出第三個特徵值 λ_3 及特徵向量 \vec{e}_3 ? (5%)

4. 設 C 代表複數平面上的單位圓，求出以下複變函數的積分： $\int_C \frac{e^{-z^2}}{\sin 2z} dz = ?$ (20%)

5. 設方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$ 在半徑為 3 的圓內成立，邊界條件為 $\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=3} = f(\theta)$ ，

請解出 $u(r, \theta)$? (20%)