

# 國立中央大學八十七學年度碩士班研究生入學試題卷

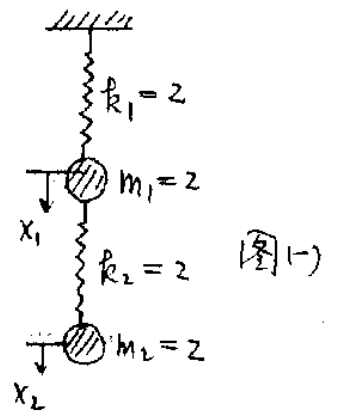
所別: 土木工程研究所 組 科目: 工程數學 共 1 頁 第 1 頁

1. 已知初始條件為  $u(x, 0) = x + \cos x$ , 邊界條件為  $u(0, t) = 0$   
 (20%)  $u_x(2, t) = e^t$ , 請解熱方程  $u_{xx} = u_t$ . 注意  $u_x$  代表  $\frac{\partial u}{\partial x}$

2. 請用變參數法求  $y'' - \frac{2}{x^2} y = x$  的通解 (general solution)  
 (15%)

3. 求複變函數  $f(z) = (z-1)^{-1}(z-2)^{-1}$  以  $z=0$  為中心的 Laurent 展開式。  
 (15%) 不同區域中  $f(z)$  的 Laurent 展開式不同, 請考慮區域  $|z| > 2$ .  
 只需寫出展開式的前四項。

4. 圖(一)所示為垂直運動之結構系統 (無阻尼, 無重力, 彈簧質量不計),  
 其初始條件為  $x_1(0) = 1, x_2(0) = 2, \dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0$   
 (10%) (a) 請求此一結構系統之特徵頻率及基本振態。  
 (10%) (b) 求解  $x_1(t) = ? x_2(t) = ?$

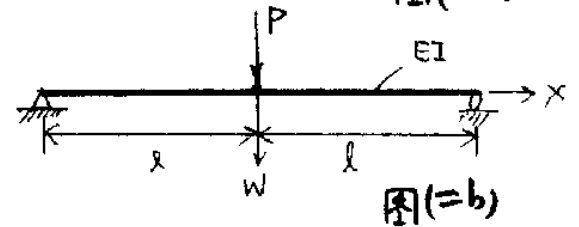
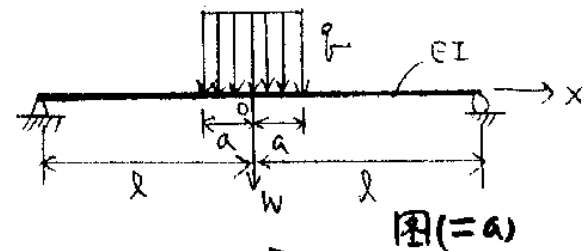


5. 一簡支梁承受圖(二)所示之不連續外載重。  
 假設梁之撓度曲綫  $w$  可設為

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} W_n \cos \frac{n\pi x}{l}$$

(10%) (a) 請用 Fourier 級數分析法求解梁之撓度曲綫  $w$ 。

(10%) (b) 若利用 (a) 小題之解去求承受圖(二)所示之集中荷重  $P$  作用下的撓度曲綫時, 應如何作極限逼近求取?



6. 請求  $\iint_S \phi n ds = ?$

(10%) 其中  $\phi = \frac{3}{8}xyz$ , 而  $S$  是圓柱  $x^2 + y^2 = 16$  在第一象限中界於  $z=0$  和  $z=5$  之間的面。

謝明臣