

# 國立中央大學八十六學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 土木工程研究所甲丙戊組 科目： 工程數學 共 / 頁 第 / 頁

(1) 請找出以下初始值問題的解

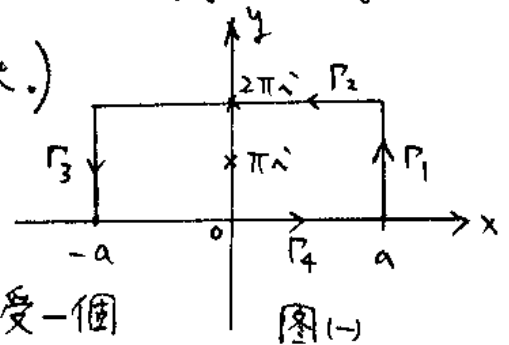
(15%)  $\frac{dy}{dx} + y = e^x \sin x, y(0) = \frac{9}{5}$

(2) 請解以下問題

(20%)  $u_{xx} - u_t = -2xt$   
 在  $x=0$  處,  $u=0$ , 在  $x=1$  處  $u_x = x^2$   
 在  $t=0$  時,  $u = 5 \sin \frac{9}{2} \pi x$

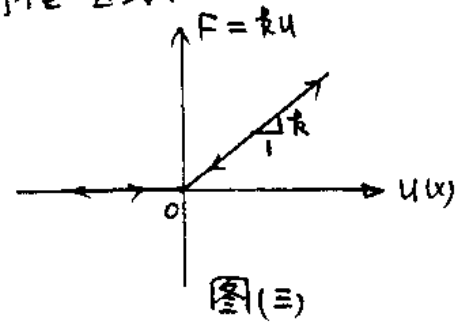
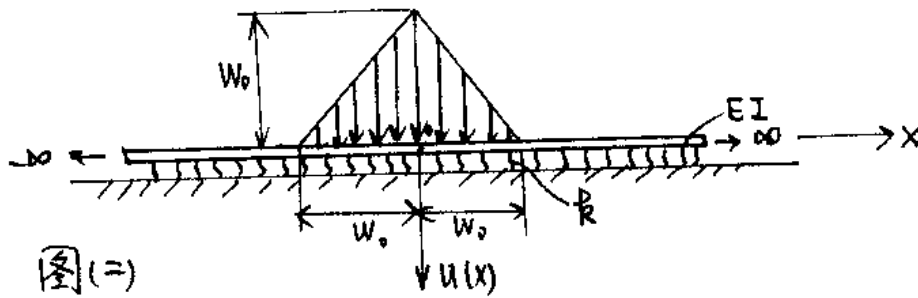
(3) 利用封閉路徑  $C$  ( $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$  的組合) 作積分, 從而求出

(15%) 實數積分  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx$ 。(請注意  $1+e^{\pi i} = 0$  以及求留數時可能要用 L'Hospital's 法則, 同時可令  $a$  趨近無窮大。)



(4) (a) 如图(一)所示之無限長樑置於彈性基礎之上, 承受一個局部三角形之分佈力, 請用轉換法 (transform method) 求樑之垂直變位  $u(x)$

(b) 若基礎彈簧之力與變形關係, 改為如图(三)所示之單向彈簧, 則图(一)所示之彈性基礎樑的變位控制方程式為何種型式?



(5) 求解以下之聯立微分方程組之通解

(20%) 
$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2x_1 - x_2 = 0 \\ \ddot{x}_2 + 4x_1 + 6x_2 = 0 \end{cases}$$

(6) 請計算通過以下曲面之通量 (flux),  $\iint_S \underline{v} \cdot \underline{n} d\sigma$   
 其中  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1; x \leq 0$   
 $\underline{v} = x \underline{i} + y \underline{j} + z \underline{k}$

參考用