

# 國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 土木工程研究所 丁組 科目: 微分方程與工程統計 共 1 頁 第 1 頁

以下共有 12 題，請任選 10 題作答  
每題 10 分，若作答超過 10 題則以前 10 題計分

- 試求下列聯立方程式之通解  $\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$
- 以 Laplace transform 解下列初值問題  
 $y'' - y' - 2y = e^{3x}$        $y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$
- 一球形水珠之蒸發速率 ( $dV/dt$ ) 與其表面積成正比，如水珠之初始半徑為 5 mm，而蒸發小時後半徑為 3 mm，試求水珠之半徑 ( $r$ ) 與時間 ( $t$ ) 之關係式。
- 以 Euler formula 求下列一階方程組於  $t = 0.2$  時之近似解 (令 step size  $h = 0.1$ )。  
 $x' = x - 4y, \quad y' = -x + y, \quad$  且  $x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$   
(提示:  $x_{n+1} = x_n + hx_n'$ ,  $y_{n+1} = y_n + hy_n'$ )
- 決定下列向量為線性獨立 (linearly independent) 或線性相依 (linearly dependent)。  
 $X(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad X(2) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad X(3) = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -11 \end{pmatrix}$
- 解初值問題  
 $y'''' - 6y''' + 11y'' - 6y' = 0, \quad y(\pi) = 0, \quad y'(\pi) = 0, \quad y''(\pi) = 1.$
- 解釋名詞：  
(1) standard deviation      (2) coefficient of variation      (3) correlation coefficient  
(4) degree of freedom      (5) mode
- 何謂 normal distribution 及 standard normal distribution，並請說明二者間的關係及異同。
- 請說明何謂 Central Limit Theorem，及其意義與用途。
- 請以繪圖和文字敘述的方法，說明如何針對一取自 normal population 的 random sample，其平均值為  $\bar{x}$ ，標準偏差為  $s$ ，sample size 為  $n$ ，推估其平均值的  $(1-\alpha)\%$  信賴區間 (confidence interval)，並請說明信賴區間的意義。(若有必要請自行做須要的假設)
- 請說明 Z test, t test,  $\chi^2$  test, and F test 的目的，並簡述其檢定過程。
- ACI 混凝土配合設計中定義  $fc'$  為目標強度， $fcr'$  為要求平均強度，請以繪圖和文字敘述的方法詳細回答下列問題： ( $Z_{0.05} = -2.575$ , 標準偏差 =  $s$ )
  - 若  $fc' = fcr'$ ，混凝土強度試驗的不合格率有多少？
  - 若要求所有的混凝土強度試驗均合格，請問  $fcr'$  應為多少？
  - 若要求混凝土強度試驗的不合格率須低於 5%，請問  $fcr'$  應為多少？
  - 若要求連續 10 組強度試驗的不合格率須低於 5%，請問  $fcr'$  應為多少？

參考用