

國立中央大學八十七學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 土木工程研究所 丁組 科目: 微分方程與工程統計 共 1 頁 第 1 頁

以下共有 12 題，請任選 10 題作答
每題 10 分，若作答超過 10 題則以前 10 題計分

1. 求下列二次邊界值問題之特徵值及特徵函數

$$y'' + 2\lambda y' + \lambda^2 y = 0; \quad y(1) + y'(1) = 0, \quad 3y(2) + 2y'(2) = 0$$

2. 試以 Laplace transform 解下列邊界值問題：

$$y'' + 2y' + y = 0; \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 2$$

3. 以 Runge-Kutta method 計算下列初值問題，解 $y = \Phi(x)$ 於 $x = 0.2$ 之近似解。

$$(\text{step size } h = 0.2) \quad y' = x + y, \quad y(0) = 1$$

4. 找出下列方程式之一特殊解(particulate solution)

$$y'' - y' - 2y = 2e^{-x}$$

5. $A = \begin{pmatrix} 1+i & -1+2i \\ 3+2i & 2-i \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} i & 3 \\ 2 & -2i \end{pmatrix}$ 計算 $A-2B$ 及 AB

6. 一水槽中裝有 200 公升含鹽之水溶液，鹽之濃度為 1.0 克/公升，現以每分鐘 2 公升之速率加入清水，同時水槽亦以同樣之速率排水，假設在加水及排水的過程中水溶液皆均勻攪拌，請問使水溶液中鹽之濃度成為原來的 1% 所需時間？

7. 請說明何謂中央極限定理(Central Limit Theorem)？

8. 在進行混凝土配合設計時，A C I 規定混凝土試體的強度，低於 $fc' - 500$ psi 的或然率不可超過 1%，此時要求平均強度(f_{cr})為 $f_{cr} = fc' - 500 + 2.33 S$ ，其中 fc' 為目標強度， S 為標準偏差，請以圖和文的方法，說明其統計上的意義和推導過程。($Z_{0.01} = -2.33$)

9. 請說明何謂常態分佈(normal distribution)？何謂標準常態分佈 (standard normal distribution)？二者間有何差異？

10. 請說明線性回歸分析的基本原理，及如何判斷兩變數間的相關性？

11. (a) 請說明何謂自由度，及何謂 p value？(5%)

- (b) 假設 X 和 Y 為常態分佈的獨立隨機變數，其平均值(mean)分別為 μ_x 和 μ_y ，變異數(variance)為 σ_x^2 和 σ_y^2 ，而 $Z = aX + bY$ ， a 和 b 為常數，請問 Z 的平均值和變異數分別是什麼？(5%)

12. 檢定兩組平均值是否有顯著差異時，有成對觀測(paired observation)和非成對觀測(non-paired observation)兩種方可供應用，請自行舉出一種應用實例，比較這兩種方的優點和缺點。