

國立中央大學八十六學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：土木工程研究所 丁組 科目：微分方程與工程統計 共 / 頁 第 / 頁

以下共有 12 題，請任選 10 題作答
每題 10 分，若作答超過 10 題則以前 10 題計分

1. 解初值問題： $y'' + y = x$ $y(1) = 0$ $y'(1) = 1$

2. 求下式之特徵值與特徵函數：

$$y'' - 4\lambda y' + 4\lambda^2 y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y(1) + y'(1) = 0$$

3. 求下列聯立方程式之通解：

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

4. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 試求 A^{-1} 及 $(A + B)^T$

5. 試求下列數列之收斂範圍與收斂半徑

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n2^n}$$

6. 100 °C 之金屬棒置於一恆溫 0 °C 之室內，已知金屬棒之冷卻速率與金屬棒及室溫之溫差成正比，如 10 分鐘後該金屬棒之溫度為 36.79 °C，試求金屬棒之溫度(T)與時間(t)之關係式。提示： $e^{-1} = 0.3679$

7. 解釋名詞：

- (1) type I error (2) type II error (3) power
(4) degree of freedom (5) critical value

8. 假設現有一組 30 個數據的試驗結果，請問您將如何估計其平均值的 $(1-\alpha)100\%$ 信賴區間，請詳細說明其原理和過程。(必要時您可做適當的假設，但請定義說明清楚)

9. 假設現有兩組各為 30 個數據的試驗結果，且具有相同的 variance，欲比較檢定其平均值有無顯著的差異，請問有那些方法可做此分析，並請說明這些方法的優點的缺點。(必要時您可做適當的假設，但請定義說明清楚)

10. 請說明回歸分析的基本原理，如何計算一次回歸方程式，及 correlation coefficient 的意義。(必要時您可做適當的假設，但請定義說明清楚)

11. 請以 t test 為例，用圖形和文字解說的方法，說明如何對平均值進行檢定及單尾檢定和雙尾檢定的差異。(必要時您可做適當的假設，但請定義說明清楚)

12. 假設您是一混凝土預拌廠的品管負責人，請問您將如何利用統計方法達到品質的？(必要時您可做適當的假設，但請定義說明清楚)

參 考