

國立中央大學八十五學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 土木工程研究所 丁組

科目: 微分方程與工程統計

共 1 頁 第 1 頁

以下共12題，請任選10題作答，每題10分，
若作答超過10題，則以前10題計分。

1、
$$X = \begin{pmatrix} i \\ -2 \\ 1+i \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 2-i \\ i \\ 3 \end{pmatrix}$$

試求 $X^T Y$ 及 (X, Y) (內積 scalar product)

2、解下列一次微分初值問題：
 $y' - 2xy = x, \quad y(0) = 1$

3、試求下列方程式之特殊解 (particular solution)
 $y''' - 2y'' + y' = x^3 + 2e^x$

4、試求 A 矩陣之 eigenvalue 及 eigenvector

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

5、 $y' = y; y(0) = 1$ ，試利用 Euler's method 以 $h=1/2$ 及 $h=1/4$ 分別求 $y(1)$ 之近似解。

6、一質量為 m 之物體所受重力為 $F = mg$ ， g 為重力加速度。若忽略空氣阻力，該物體自高度 H 處自由落下時，試求：(a) 該物體在任一時間 t 時之速度 v ，(b) 該物體在時間 t 時之高度 h 。

7、解釋名詞：

- (a) degree of freedom (b) p-value
(c) standard deviation (d) confidence interval

8、請用繪圖和文字敘述的方法，說明何謂 type I error、type II error 和 power，並說明三者間的關係。(請以 t test 為例)

9、(a) 請說明 Chebyshev's Theorem 和意義。
(b) 請說明 F test 的意義和用途。

10、假設現已知兩母體的平均值和標準偏差分別為 μ_1, σ_1 和 μ_2, σ_2 ，請利用繪圖和文字敘述的方法，詳細說明如何檢定 μ_1 是否等於 μ_2 ，及如何計算 $\mu_1 - \mu_2$ 的 95% 信賴區間。

11、請利用繪圖和文字敘述的方法，詳細說明常態分配 (normal distribution) 和標準常態分配 (standard normal distribution) 的差異和關係，及其曲線的特性。

12、假設一混凝土規範規定：(a) 混凝土試體強度試驗低於 f_c' 的或然率不可超過 2%，(b) 三組混凝土試體強度連續試驗，低於 f_c' 的或然率不可超過 2%。請利用繪圖和文字敘述的方法，分別詳細說明應如何利用 f_{cr}' 進行混凝土配合設計。

f_c' = 目標強度 f_{cr}' = 要求平均強度 s = 標準偏差 $Z_{0.02} = -2.05$

參考用