

# 國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：土木工程研究所 丁組 科目：微分方程與工程統計

共 2 頁 第 1 頁

請任選10題作答，每題10分，若作答超過10題，則以答案卷上之前10題計分。

參考  
答案

1、  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$      $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$     試求  $A^T B$  及  $A^{-1}$

2、試解  $y' = \frac{x^2 + y^2}{xy}$

3、試求下式之特徵值 (eigen values) 及特徵函數 (eigen functions)  
 $y'' - 4\lambda y' + 4\lambda^2 y = 0$ ,     $y'(1) = 0$ ,     $y(2) + 2y'(2) = 0$

4、試求下列聯立方程式之通解

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

5、一水槽裝有100公升含糖之水溶液，糖之濃度為 2.0克/公升，現以每分鐘 2 公升之速率加入清水，同時水槽亦以同樣速率排水，假設加水及排水過程中水溶液皆均勻攪拌，則使水溶液中糖之濃度成為原來濃度 1% 所需時間 (分鐘) 為多長？

6、請說明平均值(mean)、變異數(variance)、標準偏差(standard deviation)和變異係數(coefficient of variation)的定義和其在應用上的意義。

7、請說明何謂中央極限定理(central limit theory)。

8、請以文字配合圖形的方法，分別說明one tailed 和two tailed t-test的步驟 (您可做任何您需要的假設，但請說明清楚)。

9、請說明何謂type I error和type II error，並請說明二者間的關係。

10、在檢定兩組平均值是否有顯著差異時，有paired 檢定和 non-paired檢定兩種方法，請分別說明兩種方法的檢定步驟，及其優點和缺點。(您可做任何您需要的假設，但請說明清楚)

11、假設已知一母體的變異數為  $\sigma^2$ ， $x$  為自此母體中所抽出大小為  $n$  之隨機樣本的平均值，請以文字並配合圖形的方法，推導此母體平均值  $\mu$  的  $(1-\alpha)100\%$  信賴區間。(您可做任何您需要的假設，但請說明清楚)

12、假設一規範規定混凝土的驗收標準，是混凝土試體強度低於要求強度 ( $f_c'$ ) 的或然率不可超過 2%，請以文字並配合圖形的方法，說明在進行配合設計時，應以多少的要求平均強度 ( $f_{cr}'$ ) 進行設計，假設標準偏差為  $s$ ，請詳細說明推導過程。

# 國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：土木工程研究所 丁組

科目：微分方程與工程統計

共 2 頁 第 2 頁

Table A.3 Areas Under the Normal Curve

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

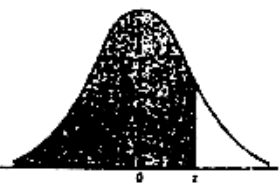


Table A.4\* Critical Values of the  $t$ -Distribution

$\nu$	$\alpha$				
	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.941	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
inf.	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

