

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 土木工程研究所甲戌組 科目: 工程數學 共 2 頁 第 1 頁

1. (A) 由一點 $P(3, -1, -2)$ 循 $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ 方向發射一顆飛彈。

如果目標可用一曲線方程式 $z = x^2 + y^2$ 表示, 請問飛彈依直線飛行在目標上著陸點 Q 的位置為何?

(B) 如欲使飛彈垂直著陸於 Q 點, 請問飛彈在著陸前角度的校正有多大? (15分)

2. (A) 下列向量集合 $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4)$ 有幾個線性獨立的向量?

並求出基底向量 (unit base vectors).

$$\vec{v}_1 = \begin{Bmatrix} 3 \\ -6 \\ 21 \end{Bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 42 \\ -21 \end{Bmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{Bmatrix} 2 \\ 24 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{v}_4 = \begin{Bmatrix} 2 \\ 54 \\ -15 \end{Bmatrix}$$

(B) 求行列式 $(\det A)$ 的微分 $\left(\frac{d}{dx}(\det A)\right)$ 在 $x=0$ 的值。

$$\det A = \begin{vmatrix} 3x+5 & 3x & 4 & 2 \\ 6 & 26 & 7 & 5 \\ 13 & 4\sin x + 9 & 1 & 10 \\ 3 & 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

(20分)

參考用

3. 設 $f(z) = (1-z^2)^{-1}$, 請找出下列區域內成立的 $f(z)$ 的

Taylor series 或 Laurent series.

(a) $|z| > 1$

(b) $0 < |z-1| < 2$.

注意 $z = x + iy$, $i = \sqrt{-1}$, $|z|$ 代表 z 的絕對值, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(15分)

4. 考慮 $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{L} & 0 < x < \frac{L}{2} \\ \frac{2}{L}(L-x) & \frac{L}{2} < x < L \end{cases}$

注意: 背面有試題

(a) 求出 $f(x)$ 以 $2L$ 為週期的 Fourier sine series.

(b) 求出 $f(x)$ 以 $2L$ 為週期的 Fourier cosine series.

(15分)

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 土木工程研究所甲丙戊組 科目: 工程數學 共 2 頁 第 2 頁

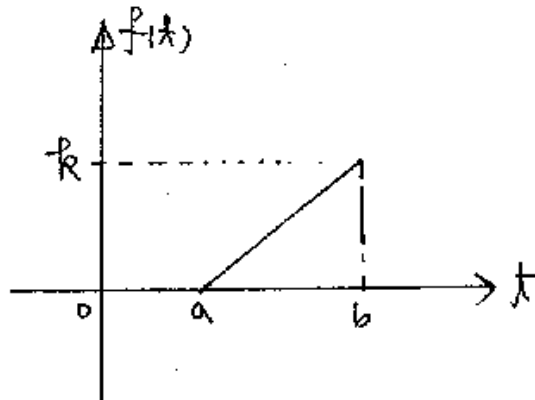
5. 若 y_1 為以下方程之第一個解, 請求取第二個解 y_2 , 使得 y_1, y_2 可以成為求解該微分方程之基底 (basis)

$$y_1 = \sin x / x, \quad x \neq 0$$

$$xy'' + 2y' + xy = 0$$

(15分)

6. 求下圖所示函數 $f(t)$ 之 Laplace Transform $F(s) = ?$



(20分)