

所別：土木工程學系碩士班 庚組科目：工程數學

一、已知反餘弦函數 $y = \cos^{-1}x$ ，試求證其第一階導數為 $-(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ 。(二十分)

二、設平面直角坐標系統 (x, y) 之直線方程式為 $ax+by+c=0$ 。另已知直線外某點坐標 (u, v) ，則該點至直線之垂距等於 $\frac{au+bv+c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ 。試推導之。(二十分)

三、橫軸為 t 軸，縱軸為 x 軸。對應於 t_i ，已知獨立量測數據組 $x_i, i \in \{1, \dots, n\}$ ，今欲於 $n (> 3)$ 數值間迴歸某二次曲線。試明列充要的方程組，並推導曲線方程式平差演算之矩陣公式。(提示：註明維度) (二十分)

四、已知獨立且分布相同之隨機變數 a, b, c ，經其線性組合後得 $d = a + 2b + 3c$ 和 $e = -3a - 2b - c$ 。試問 d 與 e 間之相關係數為何？(二十分)

五、試求下列方陣之逆 (Inverse) 陣，

$$\begin{pmatrix} \cos \theta \cos \alpha & \cos \theta \sin \alpha & -\sin \theta \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \sin \theta \cos \alpha & \sin \theta \sin \alpha & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot (二十分)$$

參考用