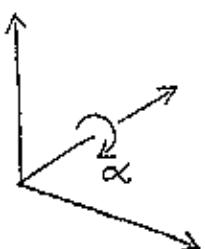


國立中央大學九十一學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：土木工程學系 序組 科目：工程數學 共 2 頁 第 1 頁

1. 三維直角坐標軸向如圖示；今順鐘向繞第二軸轉 α 角度，試



- (1) 明列 3×3 的旋轉矩陣；
 (2) 例證該矩陣為正交 (Orthogonal) 矩陣。 (20%)

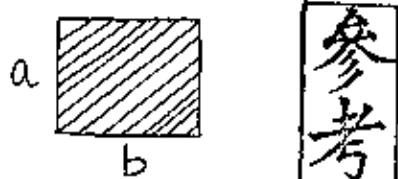
2. 對間接觀測誤差方程組： $\mathbf{v} = \mathbf{Ax} - \mathbf{l}$ ， $\sigma_{\mathbf{v}}^2 \mathbf{Q}$ 而言，

藉 Lagrange 函數 $L = \mathbf{v}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{v} - 2 \mathbf{k}^T (\mathbf{v} - \mathbf{Ax} + \mathbf{l}) \rightarrow \min$
 為最小，試

- (1) 明列微商 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}}$ 和 $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}}$ 公式；
 (2) 列式表達解答向量 (\mathbf{x}, \mathbf{v}) 與其協因數 (Cofactor)
 矩陣 $(\mathbf{Q}_x, \mathbf{Q}_v)$ 。 (20%)

3. 分割一塊矩形土地，其應有面積為 $A (m^2)$ 。實測放樣所得的邊長為 (a, b) ，如圖示。

假設 a 與 b 是獨立且等權的觀測量，
 試以條件觀測最小二乘平差法估算，
 長度 a 之改正數與 b 之改正數各為
 多少，使改正後長度相乘完全符合
 應有面積。 (20%)



參
考
用

注：背面有試題
意

國立中央大學九十一學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：土木工程學系 廟組 科目：工程數學 共2頁 第2頁

4. 已知兩個隨機變量 (x, y) 之聯合機率密度函數為
 $f(x, y)$ ，試列式

- (1) 定義 x 之方差 (Variance) 和 y 之方差；
 (2) 定義 x 與 y 間之協方差 (Covariance)；
 (3) 定義 (x, y) 間之相關係數。 (20%)

5. 有正定的對稱方陣 A , (λ_i, x_i) 與 (λ_j, x_j) 為該方陣兩個不同的特徵值 (Eigenvalues) 與各所屬標準化特徵向量, 試證明 x_i 正交於 x_j . (20%)