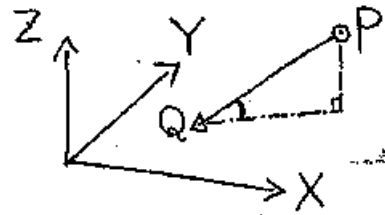


國立中央大學九十學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 土木工程學系 庚組 科目： 工程數學 共 1 頁 第 1 頁

- (1) 某對稱實數方陣之任兩個特徵值不相等時，試證明所對應的兩個正規化特徵向量具正交性質。(10%)
- (2) 已知對角線元素之總和定義為方陣之跡(Trace)。以 P 和 Q 表示兩個乘法相容的矩陣，請推導得 $\text{tr}(PQ) = \text{tr}(QP)$ 。(10%)
- (3) 於三維坐標系統中，試求垂直角與坐標分量差之間線性微量之關係式，請參考圖示。(10%)



- (4) 一組獨立且等權的觀測量 $b_i, i=1, \dots, n$ 滿足 $\sum_i b_i - c = 0$, c 為任意常數。試依最小二乘平差原理，求解各 b_i 殘餘誤差估值。(10%)
- (5) 對任一可逆的方陣而言，原矩陣轉置後之逆陣恆等於原逆陣之轉置，請證明之。(10%)

- (6) 空間中一曲綫以下式定義： $f(t) = e^t(\cos 2t)\vec{i} + e^t(\sin 2t)\vec{j} + e^t\vec{k}$
- (a) 請以弧長(arc length), s 表示此一曲綫的參數式(以 $t=0$ 為參考點)，並說明及驗証此一轉換式是正確的。(5%)
- (b) 在 $t = \pi/4$ 處，請找出曲綫之 (i) 單位切綫向量 \vec{T} , (ii) 單位法綫向量 \vec{n} , (iii) 雙法綫向量(binormal) \vec{B} , (iv) 曲率 K 。(20%)

- (7) 若函數 $f(t)$ 之 Laplace 轉換 $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{1}{(s^2 + \beta^2)^2}$ ，請問 $f(t) = ?$ (25%)

請勿抄用