

國立中央大學八十六學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 企業管理研究所 丙組 科目：

微積分

共 1 頁 第 1 頁

1. (10%) 下列敘述是否正確? 證明你的答案. (i) 三角函數之不定積分 (Indefinite Integral) 必為三角函數. (ii) 有理函數之不定積分必為有理函數.

2. (10%) 考慮 $f(x) = \sin x$ 在 $(0, \pi/2), (\pi/2, \pi), (\pi, 3\pi/2), (3\pi/2, 2\pi)$ 的圖形. 指出此四段圖形分別滿足下列那一敘述: (i) $f'(x) < 0, f''(x) < 0$, (ii) $f'(x) < 0, f''(x) > 0$, (iii) $f'(x) > 0, f''(x) < 0$, (iv) $f'(x) > 0, f''(x) > 0$.

3. (10%) 已知 $\int_0^\infty f(x) dx = 2$, 計算

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{f(x+y)}{x+y} dx dy.$$

4. (10%) 計算

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin^{-1} x}{\tan x - \tan^{-1} x}.$$

5. (10%)

$$F(x) = \frac{(1+x^2)^{1/2}(1+x^4)^{1/4}(1+x^6)^{1/6}(1+x^8)^{1/8}}{(1+x^3)^{1/3}(1+x^5)^{1/5}(1+x^7)^{1/7}(1+x^9)^{1/9}}.$$

計算 $F'(1)$.

6. (10%) 某農場去年種了40棵果樹, 每棵收成水果5公斤, 每公斤售得100元. 假設該農場每增種一棵果樹需增成本20元, 且每增種一棵果樹每棵收成水果減重0.05公斤. 若水果售價不變, 應種多少棵, 才能使獲利為最大? (假設最多可增種40棵).

7. (10%) 某人為使兒子在20歲時有一筆100萬元的教育基金, 訂了下列存款計劃. 從兒子出生日算起, 每隔一年存 Q 元, 設利率為 r , 用連續複利 (Compounded Continuously) 計息. 則 t 年後之本利和 $A(t)$ 滿足下式: $A'(t) = rA(t) + Q$. 若 $r = 0.1$ 則 Q 應為多少始能達成願望? (e 以 2.7 計算).

8. (10%) 點 P 在直線 L 外, 點 Q 在直線 L 上, 若 P 和 Q 之縱座標相同, 則定義 P 到 L 之距離為 P, Q 兩點之橫座標差的絕對值. 令 $(1, 2\%), (2, 3\%), (3, 7\%), (4, 4\%), (5, 8\%), (6, 5\%)$ 表某企業過去六年之成長率, 試求和上述六點之距離平方和最小的直線方程式, 並用該線預測第七年之成長率.

9. (10%) 令 V_1 表裝 1000 cc 飲料中最省材料的圓柱體容器之表面積, V_2 表裝 1000 cc 飲料中最省材料的長方體容器之表面積, 比較 V_1, V_2 之大小. (π 以 3.14 計算, $(500/\pi)^{1/3}$ 以 5.41 計算).

10. (10%) 敘述微積分基本定理 (Fundamental Theorem of Calculus).