

國立中央大學 106 學年度碩士班考試入學試題

所別： 土木工程學系 碩士班 結構組(一般生)

共 2 頁 第 1 頁

科目： 工程數學

本科考試禁用計算器 須有計算過程

\*請在答案卷      內作答

1. A spring-damped mass system with external force as shown in Fig.1 and  $c^2 < 2mk$ , please
  - (1) Conduct the mass displacement (15%)
  - (2) Find the specific  $\omega_{\max}$  and related maximum amplitude  $A(\omega_{\max})$  (both forms of  $\omega_{\max}$  and  $A(\omega_{\max})$  should be listed explicitly) (5%)

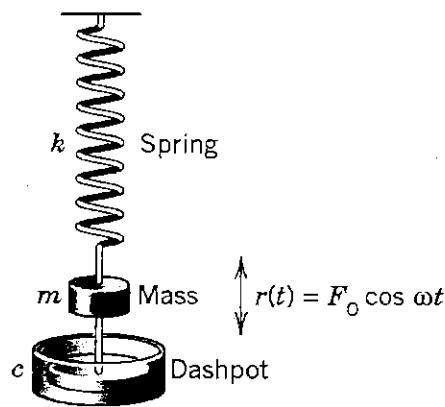


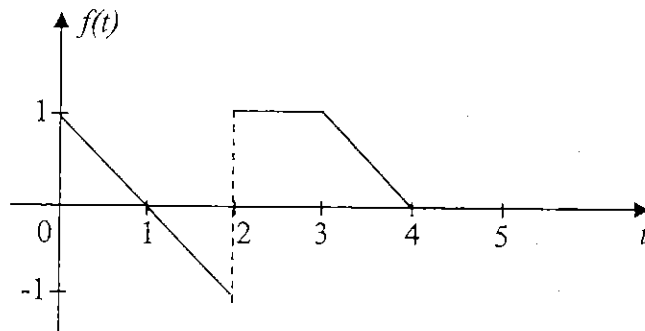
Fig. 1 Damped system

參  
考  
用

2.  $y' = (\sin x)y - (\cos x)y^2$  (10%)

3. (15%)

(a)(5%) 請用單位階梯函數(unit step function),  $u(t)$ 寫出下圖所示之函數  $f(t)$ ?



(b)(10%) 請求函數  $f(t)$  之 Laplace transform  $L(f(t))=F(s)=?$  (提示  $L(f(t-a)u(t-a))=e^{-as}F(s)$ )

4. (15%) 請求解以下之聯立常微分方程,  $y_1(t)=?$ ,  $y_2(t)=?$

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{cases} y_1(t) \\ y_2(t) \end{cases} + \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix} e^{-2t}$$

注意：背面有試題

國立中央大學 106 學年度碩士班考試入學試題

所別： 土木工程學系 碩士班 結構組(一般生)

共 2 頁 第 2 頁

科目： 工程數學

本科考試禁用計算器

\*請在答案卷 內作答

5) 曲線  $C$  為空間上兩個面  $S_1$  和  $S_2$  的交線,  $S_1$  的方程為  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $S_2$  的方程為  $y = z$ ,  $S_1$  為球面,  $S_2$  為平面。曲線  $C$  上兩點  $A$  和  $B$  的座標分別是  $(1, 0, 0)$  和  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ , 請計算沿著曲線  $C$  由  $A$  點積分到  $B$  點的路徑積分  $\int_{(1,0,0)}^{(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})} u dx + v dy + w dz$ , 其中

$$u = y^2 z^2 - y \sin(xy), \quad v = 2xy z^2 - x \sin(xy), \quad w = 2xy^2 z$$

(20%)

6) 設  $A = \begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 & 1 \\ 3/2 & 1/2 & -1 \\ 1/2 & -1/2 & -1 \end{bmatrix}$  而且  $\sin A = A - \frac{A^3}{3!} + \frac{A^5}{5!} - \dots$ ,

$$\sin A = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} A^{2n+1}。請利用 Cayley-Hamilton$$

定理把  $\sin A$  表示成  $\sin A = a_0 I + a_1 A + a_2 A^2$ ,

其中  $I$  代表單位矩陣, 而且各係數  $a_i$  ( $i=0,1,2$ )

為純量。已知  $a_i$  ( $i=0,1,2$ ) 用級數來表示,

請求出  $a_0, a_1$  和  $a_2$  (20%)