

# 國立中央大學 106 學年度碩士班考試入學試題

所別：環境工程研究所 碩士班 甲組(一般生)

共 1 頁 第 1 頁

環境工程研究所 碩士班 乙組(一般生)

科目：工程數學

本科考試禁用計算器 須有計算過程

\*請在答案卷 內作答

1. (30%) 試求解以下 ODE

(I)  $(2x^2 + 3y^2 - 7)x dx - (3x^2 + 2y^2 - 8)y dy = 0$   
(II)  $(3x^2 + y \cos x)dx + (\sin x - 4y^2)dy = 0$   
(III.)  $y'' + 4y' + 3y = 5e^{2x}$



2. (15%) 試證  $H'(x) = \delta(x)$

( $H(x)$  is unit step function, and  $\delta(x)$  is delta function.)

3. (15%) 試將  $\ln(1 + x)$  以泰勒級數於  $x=0$  展開前五項並求得各項係

數。試以結果說明線性近似與二次近似  $\ln(1 + x)$  的誤差差異。

4. (20%) 試求以下積分

(IV.)  $\int \ln(x + x^2) dx$

(V.)  $\int_0^{\ln 2} \frac{e^t dt}{e^{2t} + 3e^t + 2}$

5. (20%) 已知曲面函數  $f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2$  ( $a, b, c$  為常係

數)，試求在曲面上之一點  $(p, q, r)$  處之單位法線向量，並請寫出

在此點之切平面方程式。 $f$  曲面在點  $(p, q, r)$  沿方向  $2\vec{i} - \vec{j}$  的方向

導數為何？