

國立中央大學 108 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 2 頁 第 1 頁

科目： 工程數學(含程式設計)

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘 申論題及計算題

計算題需計算過程

1. Solutions for ordinary differential equations (ODEs) (25%)

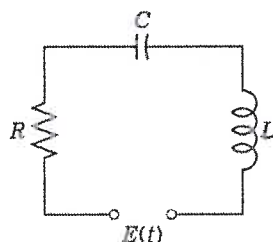
(a) Find the solution for the following ordinary differential equations (ODEs):

(1) $yy'' = 3y^2$. (5%)

(2) $x^2y'' - xy' + y = 0, y(1) = 1.5, y'(1) = 0.25$ (5%)

(3) Solve the following integration equation by the Laplace transform,
 $y(t) + 4 \int_0^t y(\tau)(t - \tau)d\tau = 2t$ (5%)

(b) Referring to the following figure, find the steady-state current in the RLC-circuit when $R = 50 \Omega, L = 30 \text{ H}, C = 0.025 \text{ F}$, and $E = 200 \sin 4t \text{ V}$. (10%)



2. Vector analysis and Linear algebra (25%)

(a) The temperature in a rectangular box can be approximated by

$$T(x, y, z) = xyz(1 - x)(2 - y)(3 - z), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3.$$

If a mosquito is located at $(1/2, 1, 1)$, in which direction should it fly to cool off as rapidly as possible?

Hint: evaluate the gradient of $T(x, y, z)$ (10%)

(b) Please diagonalize the matrix, $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{vmatrix}$ by evaluating both eigenvalues

and eigenvectors (8%); Please also evaluate A^{10} (7%)

參考田

注意:背面有試題

國立中央大學 108 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 2 頁 第 2 頁

科目： 工程數學(含程式設計)

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

3. Laplace transform / Fourier analysis (25%)

A function $f(t)$ is defined as: $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & 0 \leq t \leq 3 \\ 0, & 3 < t \end{cases}$

(a) Please write the Laplace transformation form of $f(t)$ as $F(s)$. (10%)

(b) If $g(t) = 2e^{-2t}$, for $t \geq 0$, please find $h(t)$ for $t \geq 0$, where

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t - \tau)f(\tau)d\tau \quad (15\%)$$

4. Programming (25%)

(a) 某大賣場欣逢周年慶，推出促銷折扣方案，消費者購物滿 1,000 元，即可享有 95 折，5,000~9,999 元 92 折，10,000~49,999 元 9 折，50,000 元以上 85 折。請根據上述準則，試撰寫一程式，計算任意大於 0 的消費額，所應支付的金額。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫，所有變數均以實數宣告，並請註明使用的程式語言(10%)。

(b) 試寫函數 `integerPower(base, exponent)`，它可以傳回 $base^{exponent}$ 。舉例來說，`integerPower(7, 3) = 7 * 7 * 7`。假設 `exponent` 是非零的正整數，而 `base` 是個整數。函式應使用迴圈來計算，不可以呼叫任何其他函數。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫，函數定義請遵照程式語言的定義，並請註明使用何種語言(15%)。

參考用

注意:背面有試題