

國立中央大學 109 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 5 頁 第 1 頁

機械工程學系光機電工程 碩士班 機電系統控制組(一般生)

機械工程學系光機電工程 碩士班 光機組(一般生)

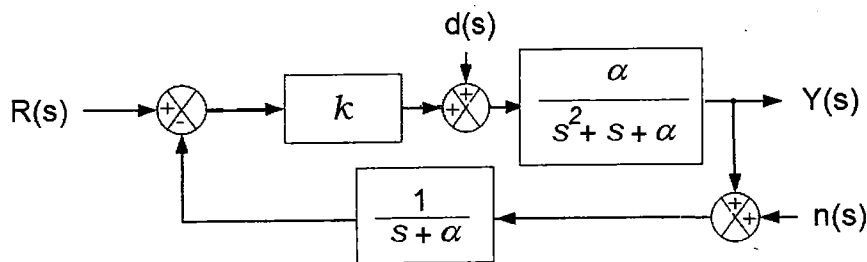
科目： 自動控制

計算題需計算過程，無計算過程者不予計分

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在答案卷(卡)內作答

1. 考慮一個閉迴路系統如下圖所示，其中 α 為常數， k 為控制器參數。



- (a) (10%) 請推導出 $Y(s)$ (輸出 output) 與 $R(s)$ 、 $d(s)$ 及 $n(s)$ 的關係。
- (b) (5%) 請找出 α 的範圍使得整個閉迴路系統穩定。
- (c) (10%) 請找出 k 的範圍使得整個閉迴路系統穩定。
2. (25 分) Please use the convolution integral to find and plot the step response whose impulse response is shown below :

$$h(t) = \begin{cases} 1, & 1 \leq t \leq 4 \\ 0, & t < 1 \text{ and } t > 4 \end{cases}$$

3. State and prove the Laplace Transform $\mathcal{L}\{\cdot\}$ of the following function $f(t)$, respectively. Note that, if $\mathcal{L}\{f(t)\}$ does not exist, then state and prove the reason. (5% each)

- 1) $f(t) = e^{at}$, where $a \in \mathbb{C}$ (complex numbers).
- 2) $f(t) = e^{-t^2}$.
- 3) $f(t) = \cosh bt$ (hyperbolic cosine), where $b > 0$.
- 4) $f(t) = u_c(t) = 0$ for $t < c$, where $c > 0$; 1, otherwise.
- 5) $f(t) = te^t$.

注意：背面有試題

參考用

國立中央大學 109 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 5 頁 第 2 頁

機械工程學系光機電工程 碩士班 機電系統控制組(一般生)

機械工程學系光機電工程 碩士班 光機組(一般生)

科目： 自動控制

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在答案卷(卡)內作答

4. (25分) (需要扼要說明估算所依據的數據與過程)

- a) (5分) $G(s) = \frac{wz+s}{wp+s}$ 傳遞函數中，若 $wp < wz$ ，則可產生的最大的相位落後(rad/sec)為何(請列出求解的公式不必解出微分方程的答案)? 參考例: D 圖中以圓圈"O"標示的是 $wp=8e5$, $wz=1.4e6$ 的傳遞函數 $G(s)$ 的 Bode 圖。A 圖為一個正向電壓回授式運算放大器 OpAmp 電路特性示意圖，其輸出有無載、電容負載 CL 、以及 CL 串接了穩定補償用電阻 R_x 三種情況。該電路的電氣特性通常設計成 $R_i \gg R_g$ 及 R_f ，因此 A 圖可以等效於 B 圖，況且設計時會選擇 $R_f + R_g \gg R_x$ 、 R_o 及 $1/(w \cdot CL)$ ，以至於可以用 C 圖的傳遞函數方塊圖來描述與分析 A 電路的函數功能。
- b) (5分) D 圖最上方的實線為 OpAmp 開迴路放大傳遞函數 $A(s)$ 的 Bode 圖，問其直流增益數值? 增益帶寬積 (gain-bandwidth product) 為多少 Hz 多少 rad/sec? 轉角角頻律是多少 rad/sec? 因此該傳遞函數為何?
- c) (5分) 根據 C 圖， $G(s)$ 描述 R_o 與負載造成對 $A(s)$ 輸出的衰減，而 B 描述從 V_o 回授到差分比較的負端輸入的比例。在無載且 $(R_g + R_f) \gg R_o$ 的情況下 $G(s)$ 為何? 在 $(R_f + R_g) \gg R_o$ 且 $\ll R_i$ 的情況下 B 為何? 請問此時閉迴路傳遞函數 $A_{close} = V_o/V_m$ 與 A, G, B 的關係為何?
- d) (3分) 閉迴路的穩定性和全迴路傳遞函數 loop gain $B \cdot G \cdot A$ 有何關係? 在無載狀況下 $G=1$ ，請推導"在理想的 $B \cdot A \gg 1$ 時，可以得到的理想閉迴路增益 $V_o/V_m = 1/B$ "?
- e) (4分) 參考 E 圖，當輸出直接接到 100nF 電容負載 CL ，當要求的閉迴路理想增益由上到下分別為 $1/B=1000, 100, 10, 1$ ，實際得到的閉迴路頻率響應，除了 1000，以外都有共振峰出現。請根據 F 圖的全迴路傳遞函數 loop gain A_{loop} 的 Bode 圖分別讀取 1000, 100, 10, 1 的 phase margin 為何? 依此推論 為了平穩的電路設計，我們應該選用的 phase margin 規格應該怎麼訂?
- f) (3分) 參考 A、B 圖中 為了改善振盪現象在電路中加入了 R_x ，請問 只有 CL 以及有 $CL+R_x$ 時的 $G(s)$ 函數分別為何? 兩者不同在哪裡(F、G 圖中以 0 標示的 Bode 圖)? 參考 G 圖中以圓圈"O"標示的是有 $R_x=70\text{ohm}$ 的 $G(s)$ 的 Bode 圖而用 "+" 標示的是此時的全迴路傳遞函數的 Bode 圖，不論所要求的閉迴路增益為何，閉迴路的頻率響應以" Δ "標記都沒有共振峰出現?，請解釋原因?

參考用

注意:背面有試題

國立中央大學 109 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 5 頁 第 3 頁

機械工程學系光機電工程 碩士班 機電系統控制組(一般生)

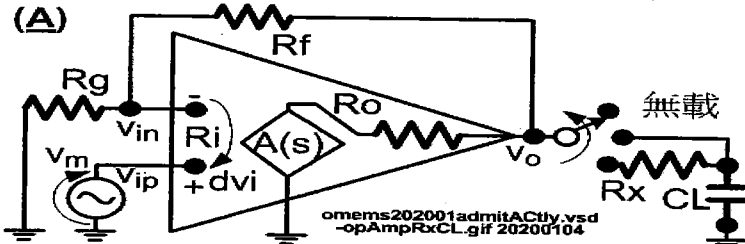
機械工程學系光機電工程 碩士班 光機組(一般生)

科目： 自動控制

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

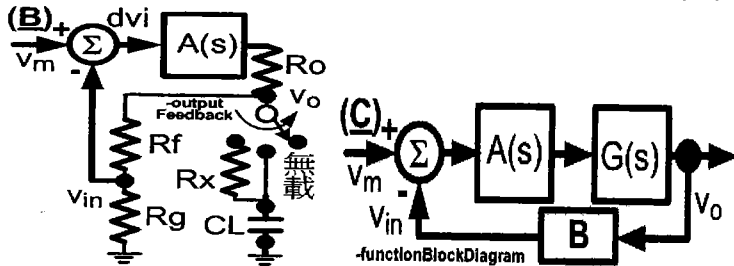
*請在答案卷(卡)內作答

(A) 一個正向運算放大器及其負載的電路的電氣特性示意圖

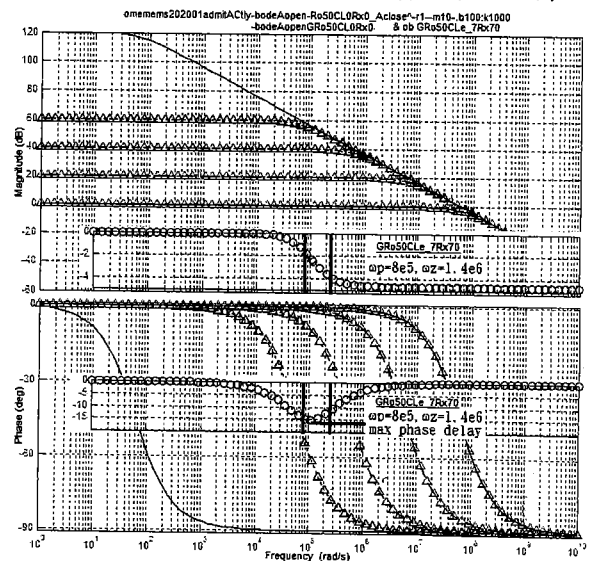


(B) 當 $R_i \gg R_g$ 及 R_f ，運算放大器的等效差分放大器。

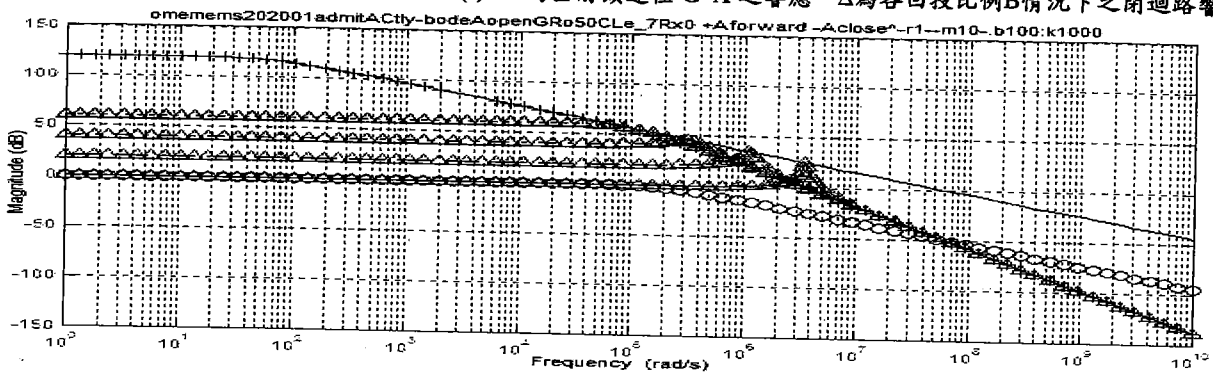
(C) 當 $R_g + R_f \gg R_x, R_o$ 及 $1/(w * CL)$ ，等效的傳遞函數回授系統。



(D) 由上而下、由左而右，依次為開迴路及當 $B=0.001, 0.01, 0.1, 1$ 且無載時的閉迴路傳遞函數 Bode 圖。以圓圈"O"標示的是一相位補償器的 Bode 圖。



(E) 直接輸出到 100nF 電容性負載時，在要求閉迴路增益比較小的情況下 $1/B=100, 10, 1$ 的閉迴路頻率響應會發生過度振盪：黑色實線為開迴路響應 A、O 為負載衰減 $G(s)$ 、+ 為全前饋途徑 $G * A$ 之響應、 Δ 為各回授比例 B 情況下之閉迴路響應。



參考用

注意：背面有試題

國立中央大學 109 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 5 頁 第 4 頁

機械工程學系光機電工程 碩士班 機電系統控制組(一般生)

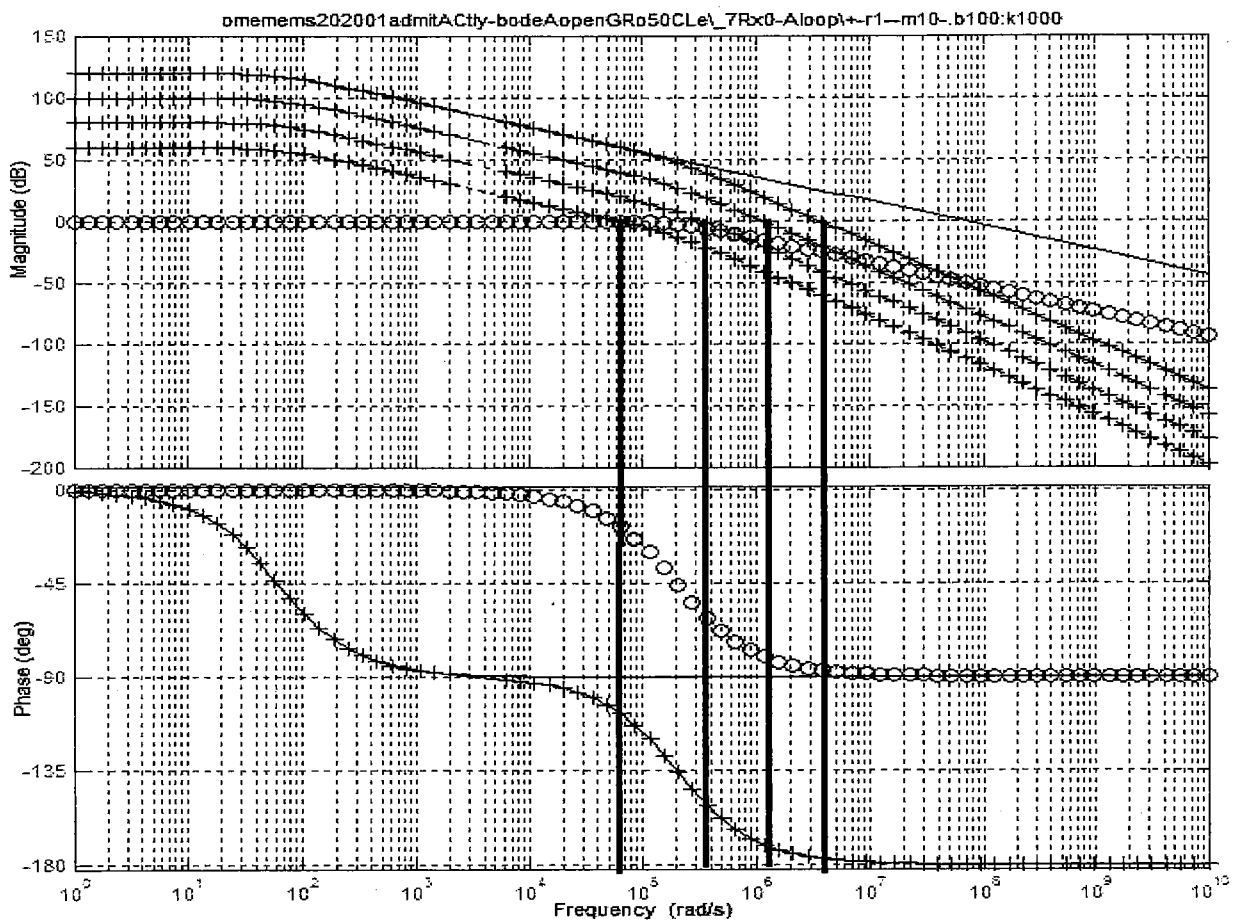
機械工程學系光機電工程 碩士班 光機組(一般生)

科目： 自動控制

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在答案卷(卡)內作答

- (F) 直接輸出到 100nF 電容性負載時，不同 $1/B=1, 10, 100, 1000$ 的全迴路響應的 Bode 圖。黑色實線為開迴路響應 A 、 \circ 為負載衰減 $G(s)$ 、 $+$ 為全迴路響應 $B*G*A$ 。



參考用

注意：背面有試題

國立中央大學 109 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 5 頁 第 5 頁

機械工程學系光機電工程 碩士班 機電系統控制組(一般生)

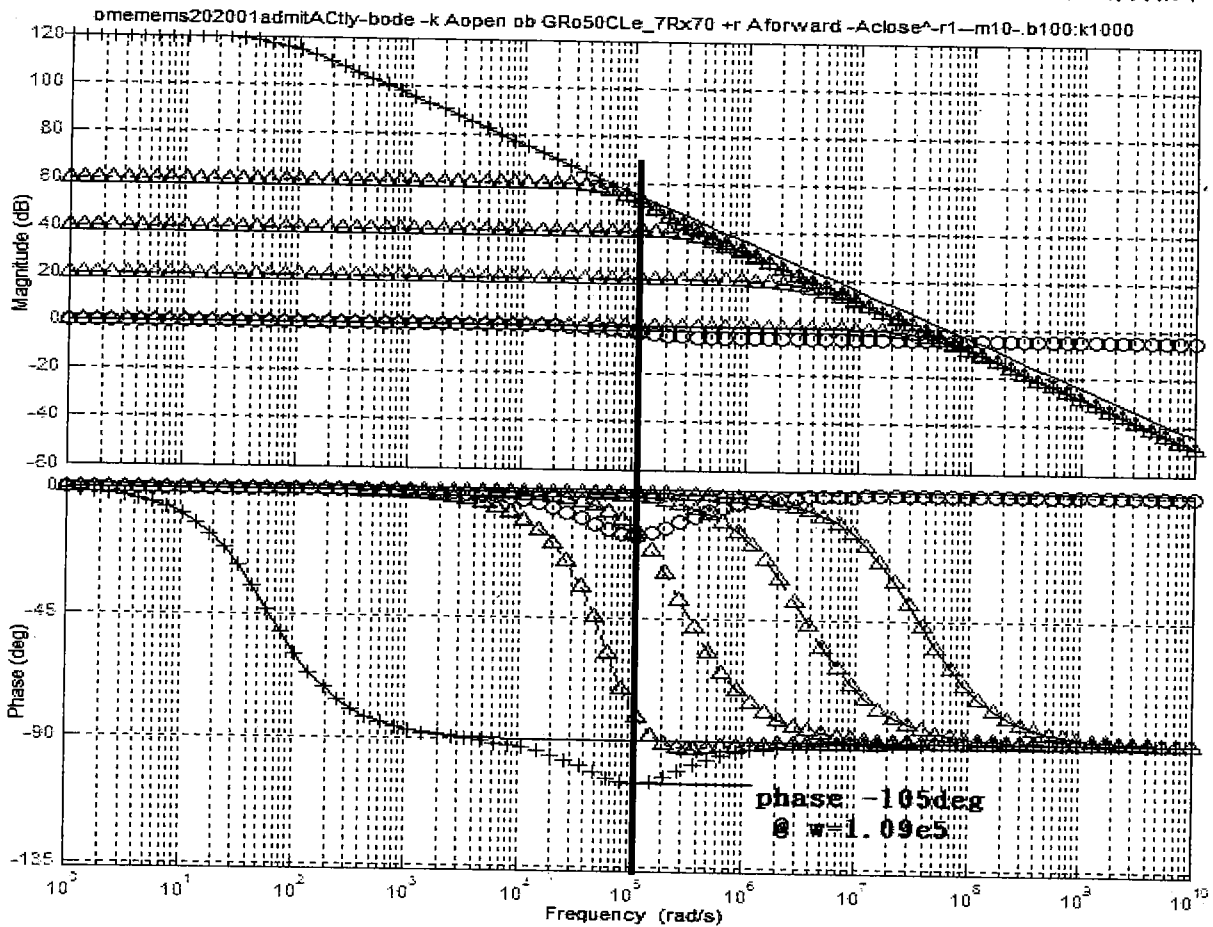
機械工程學系光機電工程 碩士班 光機組(一般生)

科目： 自動控制

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在答案卷(卡)內作答

- (G) 直接輸出到 100nF 電容性負載時，若加上 $R_x=70$ ，則 R_o, R_x, C_L 形成的 $G(s)$ 為負載衰減 $G(s)$ 、黑色實線為開迴路響應 A 、+ 為全前饋途徑 G^*A 之響應 G^*A 、 Δ 為各回授比例 $B=0.001, 0.01, 0.1, 1$ 情況下之閉迴路響應，都沒有共振峰。



參考用

