

1. (10%) 假設在某一個藥物服用前與後之測量值分別為 y_1, y_2 。現在根據下列的資料 $(y_{i1}, y_{i2}), i=1, \dots, 12$ 要檢定此藥物是否有效。請問
 - a. 如果用非配對 t 檢定之統計檢定量的自由度為何?
 - b. 如果用配對 t 檢定之統計檢定量的自由度為何?

2. (10%) 假設某母體之未知母體平均數及未知母體變異數分別為 μ 及 σ^2 。而 $x_i, i=1, \dots, n$ 為自此母體抽出之樣本。下列何者為統計量 (1) $\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)/s$ (2) $\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)/\sigma$ (3) \bar{x} (4) s^2 。 ($\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i/n, s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2/(n-1)$)

3. (10%) 下列的敘述何者正確(單, 複選都可能)。假設有 n 個來自於同分配的獨立樣本。
 - a. 樣本數大時樣本平均數會漸漸變成一個不偏估計量(unbiased estimate)。
 - b. 樣本數大時樣本平均數的分配會愈來愈像常態分配。
 - c. 樣本數大時樣本平均數的分配的變異數會愈來愈像 σ^2/n , 其中 σ^2 為母體變異數。
 - d. 不論樣本數大小, 樣本平均數是母體平均數的一個不偏估計量。
 - e. 樣本數大時母體平均數的分配會愈來愈像常態分配。

4. (20%) 假設 X 是一個隨機變數且其機率分配函數如下:

x	1	2	4
$P(X=x)$	θ	$0.4+\theta$	$0.6-2\theta$

其中 $\theta \in [0, 0.3]$ 。根據具有同分配且獨立的 X_1 與 X_2 , 求 θ 的最大似估計量?

5. (10%) 考慮由有青光眼者之眼壓形成之母體。假設此母體之變異數為 4。為求謹慎, 衛生機關以兩次測量之平均值做為母體每人之代表眼壓 y 。現在自 y 形成之母體中隨機抽出之 25 個樣本之樣本平均數之分配的變異數為何?

6. (10%) 某晶片廠之老闆採用一種品質管制流程。為估計此流程之良率 ($0 \leq p \leq 1$), 決定由一位品管員自產品中隨機抽出之 100 個樣本來估計。此品管員之估計方法為不論 100 個樣本中有多少個良品或瑕疵品, 總是估計 p 為 0.85。請問此估計量之偏量(bias)為多少? 變異數(variance)為多少?

7. (10%) 假設可用 Poisson 分配來描述某條街道一天 24 小時內發生車禍次數的

注意：背面有試題

機率分配。假設重複觀察 10 次此街道一天內發生車禍的次數如下：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
車禍次數 x	1	0	2	1	2	2	4	0	2	1

試估計此條街道一天發生車禍 3 次的機率為多少？(不必化簡)

8. (20%) 假設隨機變數 X 有 4 個可能值 1, 2, 3, 4，且機率值分別為 p_1, p_2, p_3, p_4 。
- 考慮 $H_0: (p_1, p_2, p_3, p_4) = (0.2, 0.3, 0.3, 0.2)$ 且
- $H_1: (p_1, p_2, p_3, p_4) = (0.15, 0.35, 0.15, 0.35)$
- 如 $\alpha = 0.2$ (type I error probability)，likelihood ratio test 為何？
 - 此 test 之 power 為何？