

國立中央大學八十六學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 環境工程研究所甲乙丙組 科目：

工程數學

共 / 頁 第 / 頁

(1) 請解以下初始值問題：

(20%)
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = H(x-1) - 6H(x-2), \quad y(0) = y'(0) = 0$$

注意： $H(\cdot)$ 代表階梯函數 (step function).

(2) 請用代定係數法，求以下方程的特殊解 (particular solution)：

(10%)
$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 4y = 8e^x$$

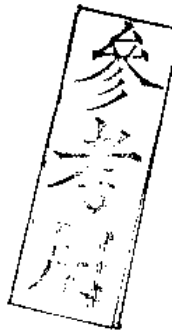
(3) 請解以下問題

(20%)
$$u_{xx} - u_x = 6 \cos \frac{8\pi}{L} x$$

 在 $x=0$ 處, $u_x = 0$, 在 $x=L$ 處 $u_x = 0$.
 在 $t=0$ 時, $u = 5 \cos \frac{8\pi}{L} x$

(4) 解 $y'' + 2y' + 10y = \gamma(x)$

(20%) 其中 $\gamma(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x & , -\pi < x < 0 \\ \frac{\pi}{2} - x & , 0 < x < \pi \end{cases}$
 $\gamma(x) = \gamma(x+2\pi), \quad y(0) = 10, \quad y'(0) = 0.$



(5) (a) 可否用 Cayley-Hamilton's 方法，求解下列矩陣 $[A]$ 之逆矩陣

(5%)
$$[A] = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -11 \\ 3 & -4 & 6 \\ 4 & -8 & 13 \end{bmatrix}$$

(b) 求解 $[A]^{-1}$

(5%)

(c) 若 $\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$ 中之轉換，代表之幾何意義為 x_1-x_2 座標軸

(5%) 對原座標之旋轉角度，請求矩陣 $[B]$ 之型式。

(d) 上題 (c) 中 $[B]^n = ?$ ，其所代表之幾何意義為何？

(5%)

(6) 請計算通過以下曲面 S 之通量 (flux), $\iint_S \underline{V} \cdot \underline{n} \, d\sigma$

(10%) 其中 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x \leq 0$

$$\underline{V} = x \underline{i} + y \underline{j} + z \underline{k}$$