

國立中央大學98學年度碩士班考試入學試題卷

所別：機械工程學系碩士班 丁組(系統) 科目：工程數學(含程式設計) 共 2 頁 第 1 頁  
 \*請在試卷答案卷(卡)內作答

所別：光機電工程研究所碩士班 甲組(機電系統控制組) 科目：工程數學及程式設計

**Ordinary Differential Equation (25 %)**

1. A 147N weight is attached to the lower end of a spring suspended from the ceiling. The weight comes to rest in its equilibrium position thereby stretching the spring 0.6m. The weight is then pulled down 0.2m below its equilibrium position and released at  $t=0$ . No external forces are present but the medium offers a resistance numerically equal to  $4dx/dt$ , where  $dx/dt$  is the instantaneous velocity in m/sec. Show the differential equation which governs the resulting motion of the weight on the spring. (5%)

2. Consider the equation  $2t^3y'' + t^2y' + y = 0$  for large values of  $t$ .

(a) Give the values of  $m$  if the solution is assumed to be

$$y = \left(\frac{1}{t}\right)^m \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{1}{t}\right)^n \quad (10\%)$$

(b) Determine the recursion formula and compute  $a_1$  and  $a_2$  in terms of  $a_0$ . (5%)

3. Solve the differential equation  $y'' + (y')^2 + 1 = 0$ . (5%)

**Complex Analysis (25 %)**

4. Given a complex function  $f(z) = \cosh(z)$

(a) Determine the value of  $f(z)$  at  $z = -2i$  where  $i$  is defined as  $\sqrt{-1}$ . (4%)

(b) Find the value of  $\left. \frac{df(z)}{dz} \right|_{z=-2i}$ . (4%)

(c) Find all the singularities of the two complex functions  $g_1(z) = \frac{3z^2}{(z+2i)^2}$  and

$g_2(z) = \frac{\cosh(z)}{z^4}$ , respectively. Identify the order of each singularity/pole or indicate that the singularities are essential singular points. (7%)

(d) Evaluate the integral  $\int_{\Gamma} \frac{3z^2 \cosh(z)}{(z+2i)^2} dz$ , where  $\Gamma$  is the circle of radius 8 about 1. (10%)

參  
考  
用

國立中央大學98學年度碩士班考試入學試題卷

所別：機械工程學系碩士班 丁組(系統) 科目：工程數學(含程式設計) 共 2 頁 第 2 頁  
\*請在試卷答案卷(卡)內作答

所別：光機電工程研究所碩士班 甲組(機電系統控制組) 科目：工程數學及程式設計

**Vector Calculus (25 %)**

5. Find the surface integral of the vector function  $F = [y^3, x^3, z^3]$  over the portion of the surface defined as  $S: x^2 + 4y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq h$ . (25%)

**程式語言 (25 %)**

6. 有一陣列 A，其元素個數為 10000，請寫一程式碼將 A 的內容轉換如下：

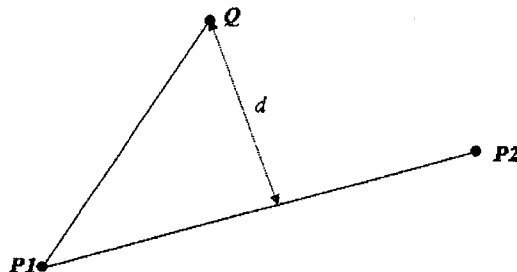
```
A[1]=A[10000]+A[1]
A[2]=A[1]+A[2]
...
A[10000]=A[9999]+A[10000]
```

其中等號右側為 A 矩陣原有的內容，等號左側則代表 A 矩陣新的內容。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫，所有變數均需宣告，A 矩陣原有內容為實數，其數值無需考慮。(10%)

7. 空間中三點  $P1, P2$  與  $Q$ ，其座標分別以  $x, y$  與  $z$  描述，例如  $P1$  點之  $x, y, z$  座標分別為  $P1.x, P1.y, P1.z$ ，其它兩點之座標依此類推。現擬計算  $Q$  到直線  $P1P2$  的距離  $d$ ，請依以下指示分別寫出程式碼：

- (a) 計算  $P1$  到  $P2$  的單位向量，其三軸分量分別以  $Dir.x, Dir.y, Dir.z$  之變數表示。  
(b) 倘若  $Dir.x, Dir.y, Dir.z$  已知，寫出一程式碼計算  $d$ 。

除上述參數外，若有其它參數請宣告。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫。 $P1, P2$  與  $Q$  之座標值均為實數。(15%)



參考用

注意：背面有試題