

國立中央大學八十五學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：土木工程研究所甲丙戊組

科目：工程數學

共 / 頁 第 / 頁

① 求方程  $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \cos x$  的通解。  
(15%)

② 請找出以下問題的 Fourier 級數解：

(20%)  $u_t - u_{xx} = \frac{x}{L} (\cos t + 2t)$

B.C.  $u(0, t) = 0, u(L, t) = \sin t + t^2, \text{ for } t \in [0, \infty]$

I.C.  $u(x, 0) = 6 \sin \frac{2\pi}{L} x, \text{ for } x \in [0, L]$

③ 請用複變函數理論求以下積分之值

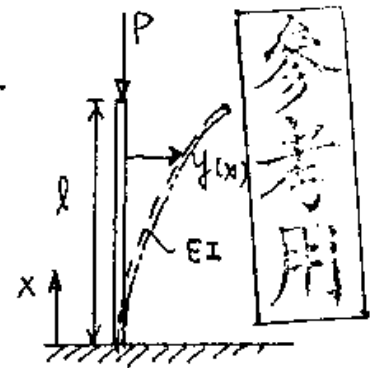
(15%)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{9+x^2} dx \quad (x \text{ 為實數})$

④ 如右圖所示之柱的挫曲控制方程, 由能量法可推導而得為

(15%)  $y''' + \lambda y' = 0$ , 其中  $\lambda = \frac{P}{EI}$

其邊界條件為  $y(0) = y'(0) = y''(l) = 0$

請 (a) 求取特徵值及挫曲模態, (b) 臨界挫曲荷載為何值?



⑤ 求積分  $\int_V \nabla \cdot \underline{f} dV$  之值

(15%) 其中向量場  $\underline{f} = -z^2 \underline{e}_z$ ,  $V$  是由四個以  $(0,0,0)$ ,  $(0,1,1)$ ,  $(0,0,1)$  和  $(1,0,1)$  為頂角之平面所圍成之區域 ( $\underline{e}_z$  為  $z$  軸方向之單位向量)。

⑥ 如右圖所示之力學系統, 質量塊之初始條件為  $x(0) = a, \dot{x}(0) = b$ .

(20%) 隨後基礎部份開始承受一給定之擾動位移  $f(t)$ , 經過力平衡, 可得其控制方程為

$$m \ddot{x} + kx = k f(t) \equiv F(t)$$

請用 Laplace 變換法及其捲積 (Convolution) 性質求簡諧振子運動位移  $x(t)$  之解的形式。

