

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 產業經濟研究所 甲組 科目： 甲統計學 共 2 頁 第 1 頁

1. 是非題 (共40分, 每題5分): 請針對以下各題回答「對」或「錯」, 並簡單說明你的理由, 若無解釋則該題將不予計分。

- (a) 不偏 (unbiased) 估計式必為一致性 (consistent) 估計式, 而一致性估計式不一定為不偏估計式。
- (b) 在簡單迴歸模型中, $y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$, 當樣本觀察個數增加時, 判定係數 (coefficient of determination) R^2 將會下降。
- (c) 針對消費是否會隨著所得的不同而有所改變, 甲乙二人同時對此假說進行檢定, 甲利用 20 年所得與消費資料得到在 5% 顯著水準下拒絕消費與所得無關的虛無假設, 乙利用 200 年所得與消費資料在 5% 顯著水準下亦拒絕虛無假設。但就統計檢定的理論而言, 乙所得到的結論較值得信賴。
- (d) 假設 X 為一隨機變數, 若 X 之期望值為 10, 且 $X \leq 7$ 的機率為 0.2, $X \geq 13$ 的機率為 0.3, 則 X 之變異數不小於 3.5 (即 $\text{var}(X) \geq 3.5$)。
- (e) 在複迴歸模型中, $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$, 若 x_{ki} 的迴歸係數最大, 表示 y_i 與 x_{ki} 之相關性最高。
- (f) 台灣婦女懷三胞胎的機率大約為 0.001, 則台大醫院 700 位產婦中剛好只有一位產婦懷有三胞胎的機率為 0.3476。
- (g) 當迴歸模型解釋變數中包含被解釋變數的遞延項時, 如 $y_t = \beta_1 + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 x_t + \epsilon_t$, 則最小平方估計式不是一致性估計式。
- (h) 信賴係數 (confidence coefficient) 愈大, 信賴區間亦變大, 準確度亦提高。

2. (30分) 張三利用 1992-1996 的季資料 (共 20 筆觀察值) 估計貨幣需求 (m) 對所得 (y) 與利率 (r) 的迴歸模型, $m_t = \beta_1 + \beta_2 y_t + \beta_3 r_t + \epsilon_t$, 其得到以下的統計結果:

變數名稱	樣本大小	樣本平均數	樣本標準差
m	20	1162.05	70.99
y	20	1732.55	129.31
r	20	4.26	1.03

參考用

國立中央大學八十八學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 產業經濟研究所 甲組 科目： 甲統計學 共 2 頁 第 1 頁

變數名稱	迴歸係數	標準誤	t 值
截距	$\hat{\beta}_1$	165.07	$t_{\hat{\beta}_1}$
y	$\hat{\beta}_2$	0.12	4.45
r	-14.93	15.30	$t_{\hat{\beta}_3}$

且殘差平方和 (error sum of squares, ESS) 為 30001.95。請問

(a) $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, t_{\hat{\beta}_1}, t_{\hat{\beta}_3}$ 分別為多少?

(b) R^2, \bar{R}^2 分別為多少?

(c) 若張三要檢定 $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$, 在 5% 的顯著水準之下, 請寫出其檢定步驟。
(必須包含統計量的確切值, 其分配為何? 自由度是多少? 如何作決策?)

3. (15分) 假設某研究機構想要探討不同教育程度與薪資間的關係, 在 30 個受訪者中, 按其教育及所得水準分類如下:

	低所得	高所得
大學以下	$\bar{x}_{11} = 8, s_{11}^2 = 3, n_{11} = 5$	$\bar{x}_{12} = 12, s_{12}^2 = 4, n_{12} = 9$
大學以上	$\bar{x}_{21} = 9, s_{21}^2 = 4, n_{21} = 9$	$\bar{x}_{22} = 16, s_{22}^2 = 5, n_{22} = 7$

其中, $\bar{x}_{ij}, s_{ij}^2, n_{ij}$ 分別為該分類下所得的樣本平均數, 變異數, 及觀察值個數。請問在 5% 的顯著水準之下, 如何對以下各題進行假設檢定?

(a) 教育水準與所得是否彼此獨立?

(b) 假設高所得與低所得為兩獨立的常態分配, 兩者變異數是否一致?

(c) 假設不同教育程度間的所得為兩獨立常態分配, 且已知兩者母體變異數相等, 則不同教育程度的平均所得是否一致?

4. (15分) X_1, \dots, X_n 為 n 個獨立隨機變數,

(a) 若其累加機率密度函數為 $F(X_i; a, b) = 1 - \exp^{-aX_i^b}, X_i \geq 0, i = 1, \dots, n$, 試求 $Y = \min(X_1, \dots, X_n)$ 之累加機率密度函數。

(b) 若其機率密度函數為 $f(X_i; \theta) = \frac{1}{\alpha}, 0 \leq X_i \leq \alpha, i = 1, \dots, n$, 且抽出 n 個獨立樣本 (x_1, \dots, x_n) , 請寫出其概似函數 (likelihood function), 並導出 α 的最大概似估計式為何?

參考用