國立中央大學103學年度碩士班考試入學試題卷

所別：土木工程學系碩士班 結構組(一般生)　科目：工程數學　共 1 頁 第 1 頁

本科考試禁用計算器　　＊請在試卷答案卷（卡）內作答

1. 求解以下之初始值問題

$$y_1' = 3y_1 - 4y_2 + 20\cos t$$

$$y_2' = y_1 - 2y_2$$

$$y_1(0) = 0 \ , \ y_2(0) = 8$$

(25%)

2. 請用 Laplace transform 方法，求解

$$t\,y'' + (1-t)\,y' + ny = 0$$

$$y(0) = y'(0) = 0$$

(25%)

(3) 考慮二維位移場 $\bar{u} = xy\bar{i} + (2x + y^2)\bar{j} = u_1\bar{i} + u_2\bar{j}$.

設矩陣函數 $G(x,y) = \nabla\bar{u} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial u_1}{\partial x} & \dfrac{\partial u_1}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial x} & \dfrac{\partial u_2}{\partial y} \end{pmatrix}$，其中$\nabla$代表梯度向量。

設 $\bar{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $\bar{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, 已知 $\bar{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, 可由方程 $G\bar{a} = \bar{b}$ 解出 $\bar{a}$,

但在曲線 $y = f(x)$ 上, 方程 $G\bar{a} = \bar{b}$ 無解, 請找出函數 $f(x)$ 。

(25%)

(4) 已知彈性力場 $\bar{F} = F_1\bar{i} + F_2\bar{j} + F_3\bar{k}$ 與彈性位能函數 $\Phi(x,y,z)$ 之關係為

$\bar{F} = \nabla\bar{\Phi} = \dfrac{\partial\Phi}{\partial x}\bar{i} + \dfrac{\partial\Phi}{\partial y}\bar{j} + \dfrac{\partial\Phi}{\partial z}\bar{k}$, 已知 $\bar{F} = (1+yz)\bar{i} + (xz-1)\bar{j} + xy\bar{k}$ 請求出函數 $\Phi(x,y,z)$ 。

(25%)

參考用