

國立中央大學 112 學年度碩士班考試入學試題

所別： 統計研究所碩士班

共 1 頁 第 1 頁

科目： 基礎數學

計算題應詳列計算過程，無計算過程者不予計分

1. (20%) 如果 $\int_0^{\infty} f(x, y) dx = 2^y, x, y > 0$ 且假設微分與積分運算之先後順序可調

換。計算

(a). (10%) $\int_0^{\infty} \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dx$

(b). (10%) $\int_0^{\infty} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx$

2. (20%) 計算極限值

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$$

3. (20%) 計算 $\partial y / \partial x$

(a). (10%) $\cos(x^2) + \sin(y^3) = 0.6$

(b). (10%) $1/x + \ln(y) + (xy)^3 = 4x$

4. (20%) 求矩陣 $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 的可交換(commuting matrices)矩陣

5. (20%) 令 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

(a). (15%) 求 A 的特徵值(eigenvalues)及特徵向量(eigenvectors)

(b). (5%) 證明這些特徵向量為正交(orthogonal)