

國立中央大學100學年度碩士班考試入學試題卷

所別：企業管理學系碩士班 一般甲組(一般生) 科目：微積分 共 2 頁 第 1 頁

本科考試禁用計算器

*請在試卷答案卷(卡)內作答

甲、選擇題：共 10 題，每題 5 分，共 50 分。請用大寫字母 A, B, C, D 或 E 答題，並將答案依題號順序寫在答案卷上。皆單選。

1. Find the limit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x-1| - |2x+1|}{x}$.
 (A) 4 (B) 0 (C) -4 (D) -2 (E) Does not exist
2. If $f(x) = \ln x + \tan^{-1} x$, find $(f^{-1})'(\frac{\pi}{4})$.
 (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 0 (D) $-\frac{2}{3}$ (E) $-\frac{3}{2}$
3. What is the value of the definite integral $\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$?
 (A) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}$ (B) $-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}$ (C) $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ (D) $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$ (E) None of these
4. If $x \sin \pi x = \int_0^{x^2} f(t) dt$, where f is continuous function, find $f(4)$.
 (A) $-\frac{\pi}{2}$ (B) $-\pi$ (C) 0 (D) π (E) $\frac{\pi}{2}$
5. Evaluate $\int_0^1 \ln x dx$.
 (A) 1 (B) -1 (C) e (D) 0 (E) Does not exist
6. Find the area of the region bounded by the graphs of $y = \frac{8}{x^2}$, $y = 8x$ and $y = x$.
 (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) None of these
7. Evaluate $\int_0^1 \int_{\sin^{-1}y}^{\pi/2} \cos x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx dy$.
 (A) $\frac{\sqrt{8}-1}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{8}+1}{3}$ (C) $\frac{-\sqrt{8}-1}{3}$ (D) $\frac{-\sqrt{8}+1}{3}$ (E) None of these
8. Find the interval of convergence of the series $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4^n \ln n}$.
 (A) $(-\infty, \infty)$ (B) $(-4, 4)$ (C) $[-4, 4)$ (D) $(-4, 4]$ (E) $[-4, 4]$
9. Find the maximum rate of change of $f(x) = xe^{x^2-y}$ at the point $P = (1, 1)$.
 (A) 10 (B) 5 (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{20}$ (E) $\sqrt{10}$
10. Find the maximum value of the function $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ on the disk $x^2 + y^2 \leq 1$.
 (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 0

參考用

1

注意：背面有試題

國立中央大學100學年度碩士班考試入學試題卷

所別：企業管理學系碩士班 一般甲組(一般生) 科目：微積分 共 2 頁 第 2 頁

本科考試禁用計算器

*請在試卷答案卷(卡)內作答

乙、填充題：共 5 題，每題 6 分，共 30 分。請將答案依題號順序寫在答案卷上，不必寫演算過程。

1. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{x-3} \int_3^x \frac{\sin t}{t} dt \right)$. Answer : _____

2. Find the highest point on the curve $x^2 + xy + y^2 = 12$. Answer : _____

3. Find the limit $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \frac{\sqrt{n^2 - j^2}}{n^2}$. Answer : _____

4. Evaluate $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} (1+x)^{y/x}$. Answer : _____

5. Find the line integral of $F = \langle 2xyz, x^2z, x^2y \rangle$ over any path from $(0,0,0)$ to $(3,2,1)$. Answer : _____

丙、計算、證明題：共 2 大題，每大題 10 分(每小題 5 分)，共 20 分。須詳細寫出演算過程，否則不予計分。

1. Define $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

Show that

(a) $f(x)$ is continuous at $x = 0$.

(b) $f'(0)$ does not exist.

2. (a) How long will it take an investment to double in value if the interest rate is 6% compounded continuously?

(b) What is the equivalent annual interest rate? (Note: The annual interest rate in

$A = A_0(1+r)^t$ is r).

參考用

注意：背面有試題