

國立中央大學 109 學年度碩士班考試入學試題

所別： 土木工程學系 碩士班 大地工程組(一般生)

共 1 頁 第 1 頁

科目： 常微分方程式

本科考試禁用計算器

*請在答案卷(卡)內作答

1) 令 $F(s) = \frac{1}{(s^2+1)^2}$ 求 $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(x)$, 其中 \mathcal{L}^{-1} 代表 inverse Laplace transform. (20分)

2) 設 $f(x)$ 為已知函數, 而方程 $\frac{dy}{dx} + 2xy = f(x)$ 的解滿足條件 $y(2) = 5$ (即 $x=2$ 時 $y=5$), 已知 $y(3)$ 可表示成 $y(3) = a + \int_2^3 G(x) dx$, 其中 a 為常數, $G(x)$ 為函數, 請求出 a 和 $G(x)$ (20分)

3) $\frac{d^2y}{dt^2} + y = \cos t$, $y(0) = \dot{y}(0) = 0$, 請求出 $y(t)$. (30分)

4) 設 $A = B D B^{-1}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

$\frac{d\vec{y}}{dt} = A \vec{y}$, $\vec{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix}$. 若初始條件為

$\vec{y}(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}$, 請求出 $\vec{y}(t)$.

參考用

(30分)