

所別：土木工程學系碩士班 大地組(一般生) 科目：常微分方程式 共 1 頁 第 1 頁

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在試卷答案卷(卡)內作答

1) 考慮微分方程 $\frac{dy}{dx} + a(x)y = f(x)$ ，其中 $a(x) = \frac{2}{x}$ ， $f(x) = \frac{\sin x}{x^2}$ 。設此方程的解滿足條件 $y(\pi) = \frac{1}{\pi^2}$ ，亦即，當 $x = \pi$ 時 $y = \frac{1}{\pi^2}$ 。請計算出 $y(x)$ 。(25分)

2) 微分方程 $\frac{dy}{dx^2} + y = \delta(x-2)$ 的初始條件為 $y(0) = y'(0) = 0$ 。符號 $\delta(x-2)$ 代表 Dirac delta 函數。請用 Laplace transform 方法求 $y(x)$ 。(25分)

3) 考慮微分方程 $\frac{dy}{dx^2} - 9y = 12e^{3x}$ 。若其解滿足初始條件 $y(0) = y'(0) = 0$ ，請計算出 $y(2)$ 的值，亦即，在 $x=2$ 時的 y 值。(25分)

4) 請證明以下的微分式 (differential form) 不是 exact differential form:

$$\sin(xy) dx + x^3 dy = 0$$

(25分)

參考用