

# 國立中央大學 110 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 2 頁 第 1 頁

機械工程學系光機電工程 碩士班 機電系統控制組(一般生)

機械工程學系光機電工程 碩士班 光機組(一般生)

科目： 自動控制

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

\*請在答案卷(卡)內作答

※計算題需計算過程，無計算過程者不予計分

1. State and prove the Laplace Transform of the following function  $f(t)$  :  
 $\mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ , respectively. (5% each)

1)  $f(t) = te^{2t}$ .

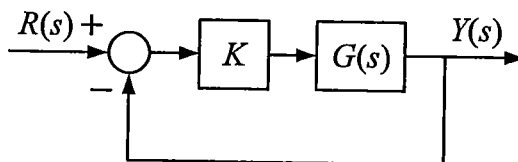
2)  $f(t) = t \sin 2t$ .

3)  $f(t) = 2 \int_0^t \cos \tau \sin(t - \tau) d\tau$ , where  $\tau \in \mathbb{R}$ .

4)  $f(t) = t^2 \sin 2t$ .

5)  $f(t) = \frac{2 \sinh t}{t}$ .

2. (25 pt) Consider the system shown in the following figure, where  $G(s) = \frac{2s+1}{2s^2+4s+3}$ .



- (a) Sketch the root loci for positive  $K$  values. Find the break-away points. (10 pt)  
(b) Find the corresponding values of  $K$  for the break-away points. (5 pt)  
(c) When the input signal  $R(s)$  is a unit step function, find the steady state error. (10 pt)

注意:背面有試題

# 國立中央大學 110 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 2 頁 第 2 頁

機械工程學系光機電工程 碩士班 機電系統控制組(一般生)

機械工程學系光機電工程 碩士班 光機組(一般生)

科目： 自動控制

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

\*請在答案卷(卡)內作答

3. (25 分) 下圖 A 描述一個簡單的避震系統，包含質量  $M$ 、彈簧  $K$ 、與阻尼  $v$  的動態系統：質量  $M$  在垂直黏滯摩擦  $v$  的滑軌內只能上下滑動， $M$  被頂在直彈簧上，彈簧係數為  $K$ 。圖 B 描述了  $M$  之受力的自由體圖：固定重力  $g$  向下、彈簧力  $K*(y(t)-yw(t))$  向下、黏滯摩擦力  $v*(y(t)-yw(t))/dt$  向下、外加施力  $F(t)$  向上，而  $yw$  為彈簧與阻尼器的被設定的繫點的相對於地面固定位置的向上垂直座標、 $y$  為  $M$  繫在彈簧頂端的位置向上垂直座標、 $0$  彈力時彈簧長度為  $L_0$ 。\*請列出描述  $M$  的力的平衡動態方程式，是位置時間函數的時間微分方程式，請寫出其對應的拉氏域的代數方程式，別忘了包括  $y(t)$  與  $(d/dt) y(t)$  的初始值。(10 分)

這樣一個二階系統的動態特徵分母多項式一般寫成  $(s + \zeta*\omega_n)^2 + \omega_n^2 * (1 - \zeta^2) = 0$ ， $\omega_d = \omega_n * \sqrt{1 - \zeta^2}$ ， $\sigma = \zeta*\omega_n$ ，其中  $\zeta$  為阻尼因數。\* 請問  $\zeta$  與系統元件的特性參數  $M$ 、 $K$ 、 $v$  之函數關係為何？(7 分)\* 已知階梯響應的突波 overshoot 比例  $M_p = e^{(-\pi*\zeta / \sqrt{1 - \zeta^2})}$ ， $0 \leq \zeta < 1$ 。\* 若希望完全沒有突波， $M_p$  該如何選，而為了避震系統不至於產生暈眩，只需要突波不太大，可以選擇  $M_p \leq 0.0948$ ，如此請問  $\zeta$  應該如何選？ $M$ 、 $K$ 、 $v$  應該如何選？(8 分)

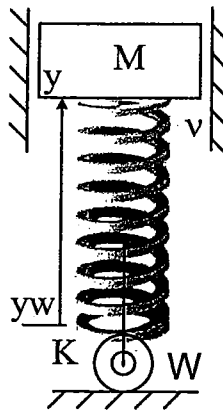


圖 A. 簡單的避震系統

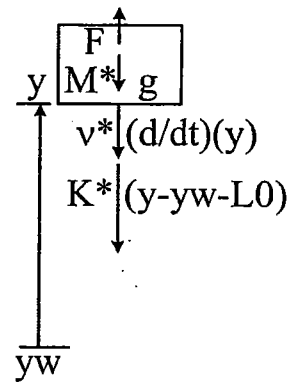
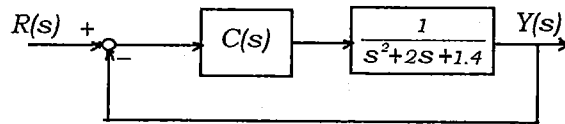


圖 B. M 受力自由體圖

4. (25%) 一個控制系統如下圖所示，其中  $C(s)$  為控制器轉移函數，當  $R(s)$  為單位步階(unit step)輸入函數時。



- 當  $C(s) = K$  時，其中  $K$  為一固定正數，請問此系統的穩態誤差(steady state error)為何？(5 分)
- 如(a)中選擇  $C(s) = K$  時， $Y(s)$  所對應的反應  $y(t)$  的 overshoot 有多少 percent (%)？(5 分)
- 若工程師 A 希望降低穩態誤差，將控制器設計為  $C(s) = K/s$  時，卻發現系統有可能會不穩定，請問使得整個閉迴路系統(closed loop system) 穩定的  $K$  的範圍為何？(5 分)
- 若工程師 B 希望設計控制器為  $C(s) = K(s-z)/(s-p)$  時，且希望閉迴路的 poles 均為  $-2$  時，則  $C(s)$  該如何設計？(10 分)

注意:背面有試題