

國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 機械工程研究所 丁組

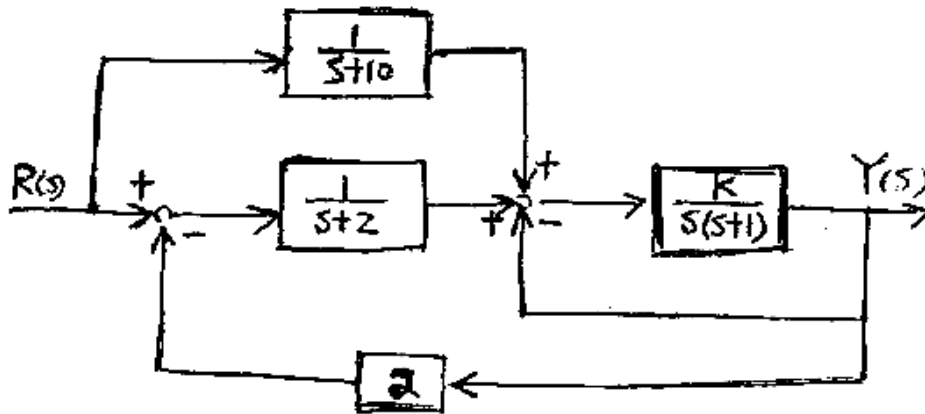
科目: 自動控制

共 2 頁 第 1 頁

參考原

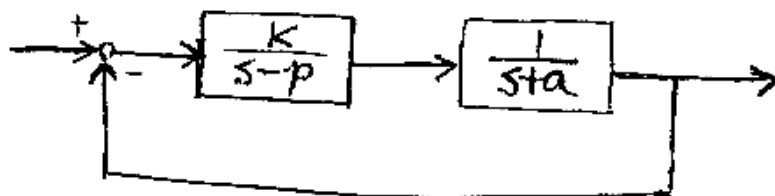
1. A control system has the structure shown in the following figure. (10%)

1. Determine the region for K when the overall system is stable.
2. Determine the final value of $y(t)$ when $r(t)$ is a unit step input.



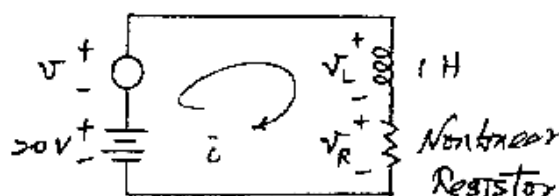
2. A closed loop system as shown in the following figure, where $a > 10$ and $K > 0$. Find the region for the controller pole p to make the system satisfy the following two criteria (15%)

1. the closed loop system is stable, and
2. when $K < 4$, the overall closed loop system is underdamped.



3. The 1st fundamental law (KVL) of circuit analysis says that the sum of the source voltages must equal the sum of the load voltages. Based on this information, try to solve the following. Given an electrical network shown below, which contains a nonlinear resistor whose voltage-current relationship is $i_R = 2 \exp(0.1 v_R)$ and an inductor whose voltage-current relationship is $v_L = L di_L/dt$, where i_R (i_L) and v_R (v_L) are the resistor (inductor) current and voltage respectively. Also, v is a small-signal source.

- (a) find the nonlinear differential equation of the network (10%)
- (b) evaluate the equilibrium solution, i_0 (5%)
- (c) determine the linearized differential equation at $i = i_0$ (5%)
- (d) establish the transfer function, $V_L(s)/V(s)$ (5%)



KVL: $\sum V_i = 0$

$i_R = 2 e^{0.1 v_R}$

參考用

假設汽車的左右對稱，並僅考慮上下振動。簡化的動態模型如圖4-1：

4.

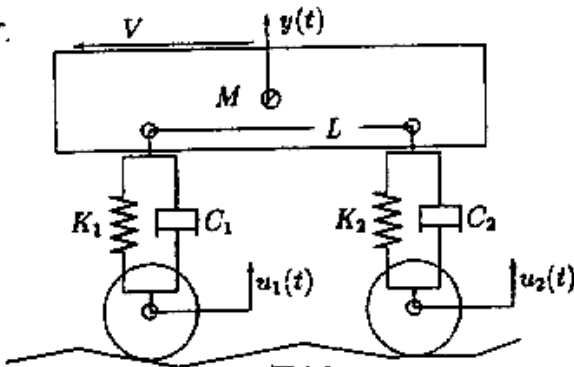
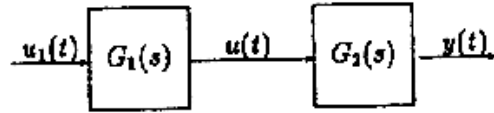


圖4-1



$u(t)$: 綜合等效輸入

圖4-2

其中 M 表示車體質量， K_1 表示前輪彈簧係數， C_1 表示前輪黏滯係數， K_2, C_2 則是後輪相應係數。 $u_1(t), u_2(t)$ 分別為前後輪因貼地行駛時路面不平所引起的向上位移，而 $y(t)$ 則為車體相對靜平衡位置的位移， V 為行車速度， L 為前後車輪軸距。

- (5%) 請導出上述系統兩輸入 $u_1(t), u_2(t)$ 單輸出 $y(t)$ 上下運動的 Transfer Function。
- (10%) 由於 $u_1(t), u_2(t)$ 產生的原因是因為汽車以 V 的速度行駛過不平的路面， $u_1(t), u_2(t)$ 間有一數學關係，利用此一關係並假設 $K_2 = K_1, C_2 = C_1$ 。我們可以更進一步簡化上一步驟的方程式成為單一輸入 $u_1(t)$ ，單一輸出 $y(t)$ 的方程式其方塊圖如圖4-2 其中 $u(t)$ 表示 $u_1(t), u_2(t)$ 綜合等效輸入， $G_1(s)$ 表示輸入 $u_1(t)$ 至綜合輸入 $u(t)$ 間的 Transfer Function，而 $G_2(s)$ 則為汽車的等效輸入 $u(t)$ 入至輸出 $y(t)$ 的 Transfer Function。請寫出 $G_1(s), G_2(s)$ 。
- (10%) 汽車行駛在跨海大橋上，橋墩間距為 L_b ，假設第2問中 $K_1 = K_2 = K$ ，而 $C_1 = C_2 = 0$ 。令車速為 V 的倍數時車子最顛（橋樑接縫所造成的振動），求 $V_c = f(M, K, L_b)$ 。

註：如 $h(t)$ 的拉式轉換為 $H(s)$ ，則 $h(t-a)$ 的拉式轉換為 $e^{-as}H(s)$
請詳加寫出推導過程，並於答案上加註

5.

某頑皮學生寫了一個電腦遊戲來模擬 遊樂場上打(波波熊)玩具的情形 這是一個簡化的平面遊戲：
(波波熊)玩具是放在一個等速旋轉的旋轉盤上，打(波波熊)玩具的雷射槍是架在另一個只可平移而且沒有摩擦力的水平而直的軌道上。槍的方向是固定的 是與軌道的方向垂直。放玩具的轉盤與槍是架在同一個水平面上。玩遊戲的人以操動搖桿來模擬 對槍所施的力 以便能追蹤 而且打中(波波熊)玩具。對槍施力的方向 是平行槍可平移的方向。

這個頑皮學生在寫好這個遊戲程式之後 正好遇到自動控制課上 提到振動現象 有 "under/critical/over damped" 等三種不同形式。於是他想到 在這個遊戲程式裡加一個 demo，既是由程式內根據遊戲程式內的 目標及槍的現在位置等等各種動態變數 直接算出 對槍所施的力，而不是由玩遊戲的人的搖桿 來決定。

- 這個學生希望能示範 "critically damped" 的追蹤與射擊命中的情形，請您這位選考系統的學長幫他設計一下 看看他在 demo 中 應該用怎麼樣的公式 來產生對槍所施的力。(20分)
- 假設該生採用了您的設計，並且設定了 demo 的啟動是當 (波波熊)玩具轉到視野的最左邊 而雷射槍則是靜止在 (波波熊)玩具擺動範圍的中間點，試寫出在 demo 啟動之後 雷射槍的位置與時間的關係。(您的這項推算可以提供給該生作為 為他的程式偵錯的參考。)(5分)

(提示：不要慌，依照上面的敘述 先在各項東西的幾何關係圖上，標示代表重要的幾何與物理量的變數，這樣 解題的關鍵 就比較容易看出來。本題內未指明的狀況 您都可以做適當的假設，使您的設計簡化，然而您必須適當扼要的交待所設定的變數的意義，您所做的每一個假設，以及您所採用的每一個設計原則。

例如：您可以假設雷射槍在軌道上受力而移動的情形 有如一箇剛體。
又所謂 "critically damped" 的系統 是指 其輸入到輸出的傳遞函數 的分母部份若有兩次方的因式時，則這個兩次方的因式的根為重根。

