

國立中央大學104學年度碩士班考試入學試題

所別：環境工程研究所碩士班 甲組(一般生) 科目：工程數學 共 / 頁 第 / 頁
環境工程研究所碩士班 乙組(一般生)

本科考試禁用計算器

*請在答案卷(卡)內作答

參考用

1. (25%) 請利用 Laplace transform 求解下列問題:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

B. C.: $C(0, t) = C_0$ and $C(\infty, t) = 0$ for $t > 0$

I. C.: $C(x, 0) = 0$ for $x > 0$

Note: $\mathcal{L}^{-1}\left[e^{-a\sqrt{s}}\right] = \frac{a}{2\sqrt{\pi t^3}} e^{-a^2/4t}$; $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{e^{-a\sqrt{s}}}{s}\right] = \text{erfc}\left(\frac{a}{2\sqrt{t}}\right)$

2. (25%) 請求解下列一階 O.D.E. 之通解:

$$(3x^2y^2 + e^y) \frac{dy}{dx} + 2(xy^3 + 1) = 0$$

3. (20%) 請求解下列非線性 O.D.E. 的級數解 ($y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n t^n$) 中之前四項 ($n=0\sim3$):

$$y'' + \sin y = 0, \quad \text{I. C.: } y(0) = A; y'(0) = 0$$

4. (30%) 你長期於此湖入流及出流口處即時監測某污染物，其於湖中的降解反應為一次反應且反應速率常數為 k 。突然於某日開始，你發現此污染物於出流口之濃度異常升高，但過不久其濃度又會下降，且此現象反覆發生，因此你懷疑有人私埋暗管或惡意傾倒。請試圖“推導”及“探討”出流口污染物濃度如何受入流口濃度及“有無”私埋暗管或惡意傾倒時的影響，且如何隨時間的變化。是否有可能依據你的量測及計算的結果推測私埋暗管或惡意傾倒的排放量，如可能則請“分析”應要如何進行計算或量測。如果遇有降雨時，則污染物濃度又會如何變化(你是否可於降雨時察覺有無暗管排放，又應如何進行“計算”)。請參考下圖作答，並依據你的答案進行討論。

