

# 國立中央大學 111 學年度碩士班考試入學試題

所別：大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(一般生)  
大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(在職生)

共 1 頁 第 1 頁

科目：應用數學

1. Solve the following initial value problem. (計算題，應詳列計算過程，無計算過程者不予計分)。

a.  $e^{2x}(2 \cos y dx - \sin y dy) = 0, \quad y(0) = 0.$

b.  $y'' + 9y = 15e^x, \quad y(0) = 6, \quad y'(0) = -2$

(30%)

2. Find a power series solution in power of  $x$ . (計算題，請詳列計算過程，無計算過程者不予計分)。

$$y'' + y' + x^2 y = 0.$$

(15%)

3. Find a basis of eigenvectors and diagonalize the following matrix. (計算題，請詳列計算過程，無計算過程者不予計分)。

$$\begin{bmatrix} -5 & -6 & 6 \\ -9 & -8 & 12 \\ -12 & -12 & 16 \end{bmatrix}, \quad \lambda_1 = -2$$

(15%)

4. Let  $\mathbf{u} = [z \ x \ y]$ ,  $\mathbf{v} = [y+z \ z+x \ x+y]$ ,  $f = x+y-z$  and  $g = xyz$

Find the given expressions. (計算題，請詳列計算過程，無計算過程者不予計分)。

a.  $\nabla \cdot \nabla(fg)$     b.  $\nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})$     c.  $\nabla \times (g\mathbf{v})$

(15%)

5. Find the Fourier series of  $f(x) = 3x^2$  ( $-\pi < x < \pi$ ). (計算題，請詳列計算過程，無計算過程者不予計分)。

(15%)

6. Solve by Laplace transforms. (計算題，請詳列計算過程，無計算過程者不予計分)。

$$\frac{\partial w}{\partial x} + 2x \frac{\partial w}{\partial t} = 2x. \quad w(x, 0) = 1, \quad w(0, t) = 1$$

(10%)