

國立中央大學八十六學年度碩士班研究生入學試題卷

所別： 地球物理研究所 不分組 科目：

微積分

共 1 頁 第 1 頁

參考用

1. 求下列積分：（每小題 8 分，共 40 分）

1) $\int_0^a \sqrt{(a^2 - x^2)} dx$

2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx$

3) $\int_0^{\infty} \frac{e^{(-x)} \sin x}{x} dx$

4) $\int x^2 \ln x dx$

5) $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^4} dx$

2. 求解下列問題：（每小題 6 分，共 30 分）

1) 利用全微分近似值，求 $\sqrt[3]{2.01^3 + 2.99^2 + 9.99}$ 之近似值。

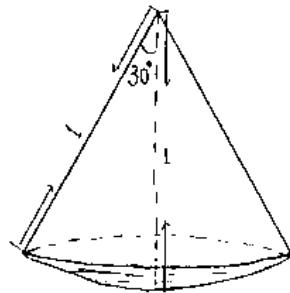
2) 若位置向量 $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ，求 $\nabla \cdot \vec{r}$ 及 $\nabla \cdot \frac{1}{r}$

3) 三角形之三頂點為 $(0,0,0)$ ， $(1,2,3)$ 及 $(3,2,1)$ ，求此三角形之面積。

4) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{1}{1 - \cos x} \right)$

5) 寫出 $\cot x, \sec hx, \cos^{-1} x, \sec^{-1} x, \tanh^{-1} x, \sinh^{-1} x$ 之微分公式。

3. 求下圖圓底錐體（不倒翁型）之表面積及體積。（各 10 分，共 20 分）



4. 解釋下列名詞或觀念。（每小題 2 分，共 10 分）

1) 泰勒展開式 (Taylor Expansion)

2) 完全微分 (Exact differential)

3) 鞍點 (Saddle point)

4) 梯形法積分 (Trapezoidal rule of integration)

5) 雅可比值 (Jacobian value)