

國立中央大學九十學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：地球物理研究所 不分組 科目：微積分 共 1 頁 第 1 頁
所別：應用地質研究所 不分組

一、求下列各題之極限值：15%

(a). $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{\sin^2 t}$ (b). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{\sqrt{4x^2-9}}$ (c). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{\sqrt{4x^2-9}}$

二、(a). 若 $y = x \sin y$, 求 y' , (b). 若 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$, 求 $f'(x)$ 。10%

三、求下列各題之積分：20%

(a). $\int_0^2 x^2 \sqrt{1+x^3} dx$ (b). $\int x^2 e^{2x} dx$ (c). $\int \sin 5x \cos 2x dx$ (d). $\int_0^1 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}$

四、試求通過橢球 $x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 16$ 之一點 $(2, -2, 1)$ 的切平面及法線。15%

五、直線 $3x - 4y = 10$ 之上那一點最靠近座標原點？又它與原點的距離是多少？15%

六、當 $0 \leq x \leq \pi$ 時，曲線 $y = \cos x$ 與另一曲線 $y = \sin x$ 之間所夾的面積是多少？15%

七、一金屬板之表面的溫度($^{\circ}\text{C}$)分佈為 $T(x, y) = 20 - 4x^2 - y^2$, 其中 x 與 y 之單位為英吋。

試問在點 $(2, -3)$ 處往那個方向溫度增加最快速？又增加的速率是多少？10%