

國立中央大學 108 學年度碩士班考試入學試題

所別：應用地質研究所碩士班 不分組(一般生)

共 1 頁 第 1 頁

應用地質研究所碩士班 不分組(在職生)

科目：微積分

本科考試禁用計算器

本試題為計算題

(請詳列計算過程，無計算過程者不予計分)

1. 求 $f'(x)$:

(1) $f(x) = \sqrt[3]{(3x + \sqrt{2x - 1})^2}$ (10 分)

(2) $f(x) = \sqrt{\frac{e^{2x} + e^{-x}}{e^{2x} - e^{-x}}}$ (10 分)

2. 試計算：

(1) $12x = 12y + 4y^3 + 3y^4$ ，求 $\frac{dy}{dx}$ 。 (10 分)

(2) $b^3x^2 + a^3y^2 = a^3b^3$ ，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。 (10 分)

3. 真空狀態下，一質量 5 公克之金屬球，從一塔上自由落體之高度與時間之關係可寫為 $h(t) = 100 - 4t^2$ ，其中 $h(t)$ 之單位為公尺， t 之單位為秒。試計算：

(1) 金屬球落地 ($h = 0$) 時的瞬時速度。 (5 分)

(2) 若換為一質量 0.5 公克之羽毛，在相同狀態下進行自由落體，其瞬時速度於何時等於落地時間內的平均速度。 (5 分)

4. 一曲線上各點之二階導函數為 $y'' = 4x + 2$ ，已知該曲線通過點 $(1, 0)$ ，且在該點之斜率為 5，試求該曲線方程式。 (10 分)

5. 試計算 $y = 2x^2 + 1$ 與 $y = 2x + 5$ 所圍區域之面積。 (10 分)

6. 求下列積分

(1) $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+5}} dx$ (10 分)

(2) $\int x^3 \cdot \ln x^2 dx$ (10 分)

(3) $\int \frac{x^4+3x^3+2x^2+5x+4}{x^3+3x^2+2x} dx$ (10 分)

