

# 國立中央大學九十學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：水文科學研究所 不分組 科目：微積分 共 1 頁 第 1 頁

一、求下列各題之極限值：15%

(a).  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{\sin^2 t}$     (b).  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{\sqrt{4x^2-9}}$     (c).  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{\sqrt{4x^2-9}}$

二、(a). 若  $y = x \sin y$ , 求  $y'$ , (b). 若  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ , 求  $f'(x)$ 。10%

三、求下列各題之積分：20%

(a).  $\int_0^2 x^2 \sqrt{1+x^3} dx$     (b).  $\int x^3 e^{2x} dx$     (c).  $\int \sin 5x \cos 2x dx$     (d).  $\int_0^4 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}$

四、試求通過橢球  $x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 16$  之一點  $(2, -2, 1)$  的切平面及法線。15%

五、直線  $3x - 4y = 10$  之上那一點最靠近座標原點？又它與原點的距離是多少？15%

六、當  $0 \leq x \leq \pi$  時，曲線  $y = \cos x$  與另一曲線  $y = \sin x$  之間所夾的面積是多少？15%

七、一金屬板之表面的溫度( $^{\circ}\text{C}$ )分佈為  $T(x, y) = 20 - 4x^2 - y^2$ ，其中  $x$  與  $y$  之單位為英吋。

試問在點  $(2, -3)$  處往那個方向溫度增加最快速？又增加的速率是多少？10%