

# 國立中央大學八十九學年度碩士班研究生入學試題卷

149 所別: 資訊管理學系 丙組 科目: 微積分 共 / 頁 第 / 頁

參考用

1. 試求以下各  $f$  之反函數。

(1)  $f(x) = \sqrt{2x+1}, x \geq -\frac{1}{2}$  (4%)

(2)  $f(x) = \frac{1}{8+11x}, x > -\frac{8}{11}$  (4%)

2. 試求以下各函數之極限。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x-16}{\sqrt{x}-4}$  (4%)

(2)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{16+h}}{h}$  (4%)

(3)  $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{h}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{1+h}} - 1\right)$  (4%)

3. 一儲藏室之形狀為一直圓柱其上再覆蓋一半球而成，圓柱之高度為 50 呎，底部的圓周長為 30 呎，最大測量誤差為 6 吋。試求： (10%)

- (1) 此儲藏室之體積及其最大誤差。
- (2) 估計平均誤差及百分率誤差之近似值。

4. 某批發商將產品賣給零售商，若訂貨少於 50 件時，每件單價為 20 元，若訂貨為 50 件或以上至 600 件，每件單價為 20 元；若訂貨為 50 件或以上至 600 件，則依訂貨數目每件賣價降低 2 分乘訂貨數，問當零售商訂貨多少件時，可使批發商的銷貨金額最大？ (10%)

5. 某遊覽公司，依其營運經驗，當每人收費 9 元時，則每天平均有乘客 1,000 人；當每人收費 7 元之時，則每天平均有乘客 1,500 人；假若乘客需求函數是線性的，則每人收費多少時，才可得每日的票箱收入為最大？ (10%)

6. Find the volume of solid in the first octant bounded by  $z = x^2 + y^2$ , the plane  $x + y = 1$  and the coordinate planes. (10%)

7. Find the directional derivative of  $f(x,y,z) = x^2 + 2xyz - yz^2$  at  $(1,1,2)$  in a direction parallel to the straight line  $\frac{x-1}{2} = y-1 = \frac{z-2}{-3}$  (10%)

8. Let  $f(x) = \ln(1+x)$  on  $(-1, \infty)$ , and  $R_{n+1}(x) = \frac{1}{n!} \int_0^x f^{(n+1)}(t)(x-t)^n dt$ , on  $(-1, 1)$ .

(a) Find  $f^{(n+1)}(x)$ . (5%)

(b) Find  $\lim_{n \rightarrow \infty} R_{n+1}(x)$ . (10%)

9. Let  $f(x) = x e^x$

(a) Find a power series representation of  $f$  in powers of  $x$ . (5%)

(b) Find the sum  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(n+2)}$ . (10%)