

國立中央大學九十學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 產業經濟研究所 甲組 科目: 甲統計學 共 2 頁 第 1 頁

1. 隨機變數 X 和 Y , 其邊際機率與聯合機率函數分別如下:

$$f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & \text{若 } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$f(y) = \begin{cases} y + \frac{1}{2} & \text{若 } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} y + x & \text{若 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

(a) 請問 X, Y 是否獨立? (10 0/0)

(b) 試求 $E(Y | X = x)$ 及 $Var(Y | X = x)$, 其中 $0 \leq x \leq 1$ 。(10 0/0)

2. 若 $\{(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)\}$ 為一組 i.i.d 隨機變數, 且 $E(Y_i | X_i) = 1 + 2X_i$, 但張三誤設為

$$Y_i = \beta X_i + \epsilon_i \quad i = 1, \dots, n$$

試問 β 之最小平方估計式是否為參數 2 的一致性估計式? 如果不是, 其機率極限為何? (20 0/0)

3. $\{X_1, \dots, X_n\}$ 為一組 i.i.d 隨機變數, 其分配為 $N(\mu, \sigma^2)$ 。令

$$\hat{\mu}_n = \frac{1}{[n/3]} \sum_{i=1}^{[n/3]} X_i$$

其中 $[n/3]$ 為 $n/3$ 的整數部份。請在 95% 信賴係數下, 根據 $\hat{\mu}_n$ 建立 μ 的信賴區間。假設 $\bar{x}_n = \hat{\mu}_n$ (\bar{x}_n 為樣本平均數), 請比較 \bar{x}_n 和 $\hat{\mu}_n$ 所建立的信賴區間, 並直觀解釋此結果。(20 0/0)



國立中央大學九十學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 產業經濟研究所 甲組 科目: 甲統計學 共 2 頁 第 2 頁

4. 仁愛國小一年5班舉行英文檢定, 其中有10位小朋友上安親班, 佔全班人數一半。英文檢定之平均分數與變異數如下:

有上安親班	未上安親班
$\bar{x}_1 = 80$	$\bar{x}_2 = 68$
$s_1^2 = 49$	$s_2^2 = 64$

若英文測驗成績符合常態分配, 且兩類小朋友測驗成績的變異數未知但相等, 試在5%顯著水準下, 檢定是否有上安親班小朋友之英文成績較好。(20/0)

5. (是非題, 若無解釋一律不予計分, 20%)

(a) 迴歸模型中, 若干擾項有變異數不齊一性, 則最小平方估計式仍為BLUE。(50/0)

(b) 考慮以下迴歸:

$$y_t = a + by_{t-1} + \varepsilon_t$$

則 b 之最小平方估計式不具一致性。(50/0)

(c) 若考慮以下兩條迴歸式:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \mu_i$$

$$x_i = a + by_i + \nu_i$$

則最小平方估計式 $\hat{\beta}$ 不會等於 $1/b$ 。(50/0)

(d) 隨著樣本觀察個數增加, 則樣本平均數的變異數一定會遞減。(50/0)