

國立中央大學八十八學年度轉學生入學試題卷

地球科學系 三年級

科目：應用數學

共 1 頁 第 1 頁

50% 1. 解下列各微分方程式：

$$(1) y' = \frac{4x}{1+2e^x} \quad , \quad y(0) = 0$$

$$(2) y' + y \tan x = \sin 2x \quad , \quad y(0) = 3$$

$$(3) y'' + 8y' + 16y = 0 \quad , \quad y(0) = 1 \quad , \quad y'(0) = -2$$

$$(4) (x-1)^2 y'' + (x-1)y' - 4y = 0 \quad , \quad y(0) = 0 \quad , \quad y'(0) = 4$$

$$(5) y''' - y'' - y' + y = 0 \quad , \quad y(0) = 2 \quad , \quad y'(0) = 1 \quad , \quad y''(0) = 0$$

20% 2. 求下列各函數的拉氏轉換(Laplace transform)

$$(1) f(t) = e^t \cos t$$

$$(2) f(t) = \begin{cases} t & \text{當 } 0 < t < \pi \\ 0 & \text{當 } \pi < t < 2\pi \end{cases} \quad , \quad f(t+2\pi) = f(t)$$

10% 3. 求向量函數 $\vec{V} = x\vec{i} + y^2\vec{j} - 4z^2\vec{k}$ 的 divergence 和 Curl 運算，亦即求 $\nabla \cdot \vec{V}$ 和 $\nabla \times \vec{V}$ 的值。

20% 4. 用傅氏級數(Fourier series)表示下列各函數。

$$(1) f(x) = |x| \quad , \quad \text{當 } -\pi < x < \pi \quad , \quad f(x+2\pi) = f(x)$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} 1 & \text{當 } -2 < x < 0 \\ -1 & \text{當 } 0 < x < 2 \end{cases} \quad , \quad f(x+4) = f(x)$$

