

# 國立中央大學九十學年度轉學生入學試題

經濟學系 二年級

科目：微積分

共 1 頁 第 1 頁

甲、填空题：每題 10 分。請將答案依題號寫在答案卷上，不必寫出演算過程。

1. 求極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(x+1)}{1 - \cos 2x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 求極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{k^2 + n^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 冪級數  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-2)^k}{k \cdot 3^k}$  的收斂區間為  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 求不定積分  $\int e^x \cdot \cos x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 求疊積分  $\int_0^4 \left( \int_{\sqrt{y}}^2 y \cdot \cos x^5 \, dx \right) dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 南北向公路與東西向公路交於  $P$  點。一輛汽車於上午 9:10 通過  $P$  點，以固定速率 60 公里/時向東行駛。在這同時，另一輛汽車在  $P$  點北方 10 公里處，以固定速率 120 公里/時向南行駛，則兩車距離最近的時刻為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 在某一電視遊樂器中，飛機由左至右沿路徑  $y = 19 + 1/x$  飛行，並能沿著切線方向發射子彈擊向置於  $x$  軸上  $x = 1, 2, 3, \dots$  至 100 處的動物。若一玩家於飛機在點  $(x, y) = (1, 20)$  處發射子彈，則會射中  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  的動物。

乙、計算題：每題 15 分。須詳細寫出演算過程，否則不予計分。

1. 一球體之半徑以每秒 4 公分之速率膨脹，求當球體膨脹至半徑為 20 公分時，其體積增加的速率為多少？

2. 某工廠的每天生產量函數為  $f(x, y) = 6\sqrt{xy}$  其中  $x$  表此工廠每天所擁有的勞力數（人工小時）， $y$  表投資於機器的資金。設一人工小時的成本為 10 單位，而此工廠每年分配於工資及機器的資金為 500,000 單位，一年以 250 個工作天計。問： $x$  與  $y$  各等於多少時，可使生產量為最大？