

# 國立中央大學九十學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 太空科學研究所 不分組 科目: 應用數學 共 1 頁 第 1 頁

## 1. 簡答題

(a)  $y = \cos x$ ,  $x$  為一般角度而非弧度,  $\frac{dy}{dx}$  為何? (5%)

(b)  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ , 試將  $\left(\frac{\partial r}{\partial \theta}\right)$  表為  $r, \theta$  之函數。 (5%)

(c)  $\int_0^1 \left[ \int_y^1 f(x, y) dx \right] dy = \int_0^1 \left[ \int_{(\cdot)}^0 f(x, y) dy \right] dx$ ,  $(\cdot)$  為何? (5%)

(d)  $2 \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$  之通解為何? (5%)

---

## 2. 求下列常微分方程式之通解。

(a)  $\frac{d^4 y}{dx^4} + 2 \frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$  (8%)

(b)  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + 6y = 6x + 12$  (12%)

---

3. 已知  $\vec{F} = \frac{\kappa}{r^2} \hat{e}_r$ , (座標系為球座標,  $\hat{e}_r$  為  $r$  方向單位向量)

(a) 求  $\nabla \cdot \vec{F}$  (6%)

(b) 求  $\oiint_{\Sigma} \vec{F} \cdot d\vec{s}$  (在  $\Sigma$  此為橢圓球面  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ ) (14%)

---

## 4. 用 Residue Theorem 求下列定積分之值。

(a)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx$  (10%)

(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos mx}{a^2+x^2} dx$  ( $m \geq 0, a > 0$ ) (15%)

---

5. (a) 在  $(-\pi, \pi)$  區間中, 將函數  $f(x) = e^x$  展成週期為  $2\pi$  之 Fourier 級數。 (10%)

(b) 在  $(-3\pi, 3\pi)$  區間中, 繪簡圖表示原函數  $f(x) = e^x$  與 (a) 中所得的 Fourier 級數之異同。 (5%)