

國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：物理研究所

組

科目：應用數學

共 / 頁 第 / 頁

參考用

本試題總分為100分，各試題分數所佔之比例皆以百分比標示。

1. 以複變積分計算：

$$(a) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{1+x^2} dx = ? (10\%)$$

$$(b) \int_0^{2\pi} \frac{\cos 3\theta}{5-4\cos\theta} d\theta = ? (10\%)$$

2. (a) 在實驗室裡，測量一物理量，若量測一次得到的量測值為 $X \pm \sigma$ ，則在同一環境下，量測同一物理量 N 次，量測值分別為 $X_1 \pm \sigma$, $X_2 \pm \sigma, \dots, X_N \pm \sigma$ 。可以將這 N 次量測的結果寫成 $Y \pm \sigma_y$ 。我們基於什麼假設可以導出 $Y = \sum X_i / N$ ？並導出 σ_y 以 σ , N 表示。(15%)

(b) 當從實驗量測得到一組數據(如位能與距離 $V_1, x_1, V_2, x_2, \dots, V_n, x_n$)，我們常用計算機(computer)將這組數據對一特定函數(如多項式 $V(x) = ax^2 + bx + c$)做擬合(fitting)，以了解量測數據間的關係。在擬合(fitting)計算過程中，一般最常用 least chi-square (χ^2) method 來計算擬合函數的參數(a,b,c)。敘述 least chi-square (χ^2) method，並寫出 chi-square (χ^2) 之定義。(15%)

3. 解一維擴散方程(1-D diffusion equation):(30%)

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n(x,t)}{\partial x^2}$$

起始條件為，

$$n(x, t=0) = N_0 \delta(x)$$

Hint: Use first Fourier transform w.r.t. x then Laplace transform w.r.t. t .

4. (a) 找出以下 matrix 的 eigenvalues 與 eigenvectors(10%)

(b) 找出一個 matrix 將以下 matrix 對角線化(diagonalize)，並敘述 matrix 對角線化的意義。(10%)

$$\begin{bmatrix} 13 & 4 & -2 \\ 4 & 13 & -2 \\ -2 & -2 & 10 \end{bmatrix}$$