

國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：統計研究所 乙組

科目：統計學

共 / 頁 第 / 頁

1. 考慮下列簡單迴歸模型

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

$Y_i = \alpha^* + \beta^*(X_i - \bar{X}) + \varepsilon_i$, ε_i 是具有平均值 0, 變異數 1 的常態分配的隨機變數,

其中 \bar{X} 為 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 定義矩陣 $X = \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ 1 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_n \end{bmatrix}$

- (1) α 與 α^* 之關係如何?
- (2) β 與 β^* 之關係如何?
- (3) 寫出第二個模型中的 Hat matrix $X^T X$ 。 (20%)

2. 根據下列資料及簡單迴歸模型回答以下問題。其中 FEV 代表肺活量指標, 單位為公升。

身高	134	138	142	146	150	154	158	162	166	170	178
FEV (Y)	1.7	1.9	2.0	2.1	2.2	2.5	2.7	3.0	3.1	3.8	3.9

- (1) 如果身高增加一公分, FEV 的平均改變量為何?
 - (2) 如果一個固定的身高所對應的 FEV 值改變 Δy 單位, 相對應的斜率估計量改變多少? (20%)
3. 假設 X_1, X_2, \dots, X_n 是 iid 而且 $E(X) = \mu$, $Var(X) = \sigma^2 = 1$ 。在大樣本的假設下求一個 μ 的 95% 信賴區間。並說明你所需要用到的定理。 (20%)
4. 假設獨立的 X_1, \dots, X_n 是從一個平均值為 1 但變異數 σ^2 未知的常態分配來的觀察值。
- (1) σ^2 的最大概似估計量 (maximum likelihood estimate) 為何?
 - (2) 此估計量是否為不偏估計量? (20%)
5. 下列資料為 10 位女性在服用口服避孕藥前 (X_1) 及服用之後 (X_2) 的收縮血壓值。假設 X_1 及 X_2 分別具常態分配且變異數相同, 做統計檢定看服用前及服用後的平均值是否相同。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_1	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
X_2	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117

(20%)