

# 國立中央大學八十七學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 環境工程研究所 甲乙組 科目: 工程數學 共 1 頁 第 1 頁

1. 已知隨機變數  $X$  的密度函數 (density function) 為

$$f(x) = \frac{2^{b+1}}{\Gamma(b+1)} \cdot x^b \cdot e^{-2x} U(x) \quad \text{其中 } b > 0, U(x) \text{ 為 unit step}$$

function,  $\Gamma(\cdot)$  為 gamma function。請計算  $X$  的 mean 及

variance. 注意 gamma function 滿足  $\Gamma(a+1) = a\Gamma(a) = \int_0^{\infty} y^a e^{-y} dy$ .  
(25分)

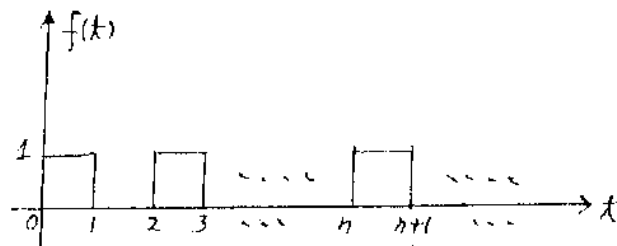
2. 求熱方程  $u_{xx} - u_t = 0$  的解。此解須滿足邊界條件

$$u_x(0, t) = u_x(5, t) = 0 \quad \text{和 初始條件 } u(x, 0) = \delta(x-3) \text{。此處}$$

$\delta(\cdot)$  代表 Delta function 而  $u_x$  代表  $\frac{\partial u}{\partial x}$ 。

(25分)

3. 求函數  $f(t)$  的 Laplace 轉換。  $f(t)$  由以下圖形描述:



(25分)

4. 求函數  $f(x, y, z) = 2x^2 - 2xy + 2xz - 4yz + 4x - 4y + 4z + 4$

的極大值和極小值。若  $f(x, y, z)$  沒有極值, 請陳述其理由。  
(25分)

完 結

