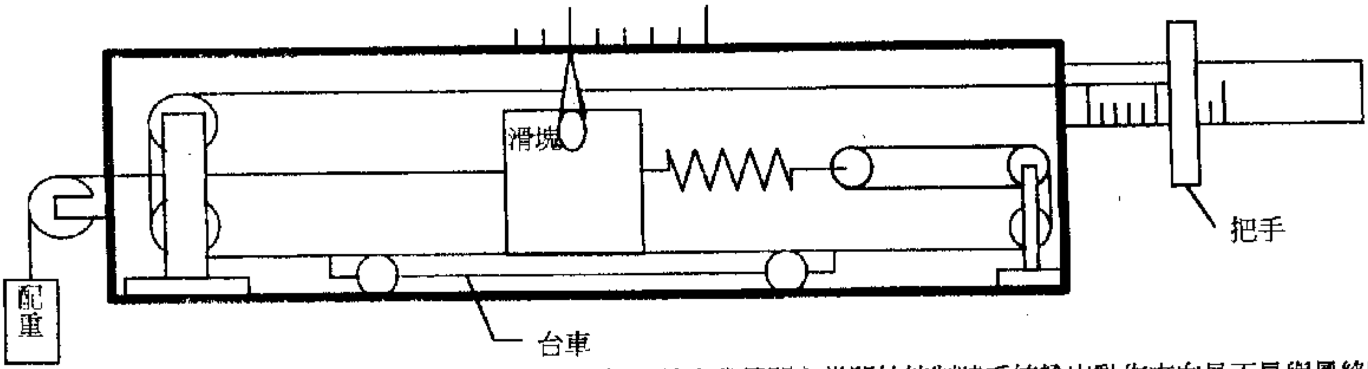
國立中央大學八十七學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 機械工程研究所 丁組 科目: 自動控制 共 2 頁 第 1 頁

在現實環境中，我們只知機械系統相關物理量，爲解決實際問題我們必須要自己寫出數學模型。下圖的系統以把手經由鋼索及滑輪組可以拉動滑塊，假設滑塊加配重質量爲 0.05 其它的質量及慣性均可忽略，彈簧彈性係數爲 0.1 ， 鋼索不具伸縮性，滑塊與台車間爲粘滯磨擦，係數爲 0.15 ，餘均無磨擦力。請寫出把手位移與滑塊位移間之數學模型。



在設計一個控制系統之前後，通常要了解它的特性。首先我們關心當開始控制時系統輸出動作方向是不是與最終動作方向相同，由於操作者會預期它們是相同的，所以如果不同會造成一些困擾，所謂 Reverse Initial Action 。第二個我們關心的是如何歸零。前者我們可以使用 Initial Value Theorem 及 Final Value Theorem 來分析，後者僅用 Final Value Theorem 分析即可以決定如何歸零。

Initial Value Theory 爲 $f(0)=\lim_{t\to 0} f(t)=\lim_{s\to\infty} sF(s)$

Final Value Theory 爲 $f(\infty)=\lim_{t\to\infty} f(t)=\lim_{s\to 0} sF(s)$

我們知道 Laplace Transform 所表示的 Transfer Function 與 Fourier Transform 所表示的頻率響應函數(Frequency Response Function)有一定的關聯。我們也知道所謂時域反應是指在 Step Response 又知道 Step Function 的 Laplace Transform 是 1/s 。假設在 Initial Value 及 Final value theorem 中我們把 f(t)解釋成 Step Response 則 sF(s)我們能解釋爲什麼？ 如此一來 Initial Value Theorem 及 Final Value Theorem 的物理意義就很清楚。便能知道 Initial Value 、 Final Value 與極高頻響應的相關性如何？。

綜合上述請回答以下問題:

1.導出系統的數學模型, 即 Transfer Function 6%。

2.系統反應方向是否始終如一? 6%(如過程不明且答錯倒扣 3 分)

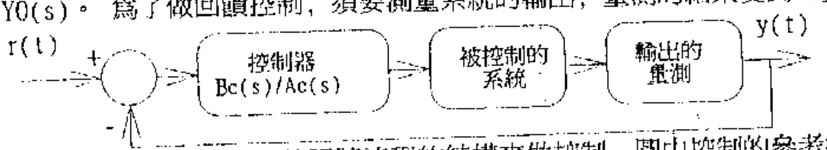
3.假如把手位置爲零時滑塊的位置指針指到 4 請問應如何調整鋼索長度才能歸零? 4%(如過程不明且答錯倒扣 2 分)

4.Initial Value 及 Final Value Theorem 中 sF(s)的物理義意可解釋爲什麼? 5%

5.Step Response 的 Initial Value 及 Final Value 與極高頻(無限高)響應的相關性 a. 前者有相關性, 後者無 b. 後者有相關性,前者無 c. 兩者均與極高頻響應無關, d. 兩者均有相關性且不分上下? 4%(答錯倒扣 2 分)

參考用

二、有一個線性的單輸入單輸出的系統，其傳遞函數 transfer function Bp(s)/Ap(s) 可以以互質的兩個多項式 Bp(s)、Ap(s) 來代表，若是其輸入 受到 Eu(s) 的雜訊干擾，該系統的輸出爲 Y0(s)。 爲了做回饋控制，須要測量系統的輸出，量測的結果受到 Ey(s) 雜訊的干擾。



現在我們想用上圖所示的訊號流程的結構來做控制，圖中控制的參考指令以 R(s)代表，量測系統的輸出所得到的結果是 Y(s)，控制器之輸出訊號是 U(s)，誤差則定義做 E(s)=R(s)-Y(s)。 圖中之 Bc(s)、Ac(s) 亦爲兩個互質的多項式。

(a) 請畫出整個控制器及系統的完整的閉迴路下的方塊圖，以便註記本題所提到的所有的傳遞函數及所有的變數在圖上所代表的訊號的位置。 (3分)

(b) 請推導 E(s) 及 Y(s) 與 R(s)、Eu(s)、Ey(s) 之關係。 (5分)

(c) 大家常說[當控制器有積分的動作時，可以消除直流的偏差]，請說明此時之控制器的傳遞函數在形式上有何特質? 上述的"常識"在什麼條件下、爲何可以成立? 對直流的 R、Eu、Ey 都成立嗎? (9分)

(d) 在穩定性的考量及使輸出訊號得以追隨參考指令的情行下，我們要求在閉迴路下 R 到 Y 的傳遞函數是某一個穩定的 1/Ad(s)，這樣的要求是否可以辦得到? 這樣一個控制器若是有解，其 Bc(s)、Ac(s) 與 Bp(s)、Ap(s)、Ad(s) 之關係爲何? 在實作上，這樣的控制器是否一定穩定? 如果不然，爲什麼? 該如何改進? (8分)

注意：背面有試題

三.

一閉迴路系統如圖 A 所示,此系統之 $G(s)$ 的 root loci 如圖 B 所示.已知當 $K=450$ 時,有兩條 root loci 通過虛軸,且其漸進線與實數軸的交點為 $-\frac{11}{3}$。

a. (3%) 請問 $G(s)$ 有幾個零點 (zero) 其位置為何?
b. (3%) 請問此 root loci 共有幾條漸近線,其角度分別為何?
c. (3%) 請問在 $G(s)$ 的 gain margin 為多少?
d. (4%) 請問在 $G(s)$ 的 phase margin 為多少?
e. (8%) 導出 $G(s)$。
f. (4%) 請問此 root loci 的起始角度(start angle)為何?

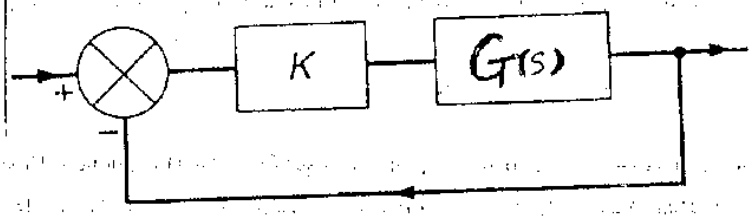


圖 A

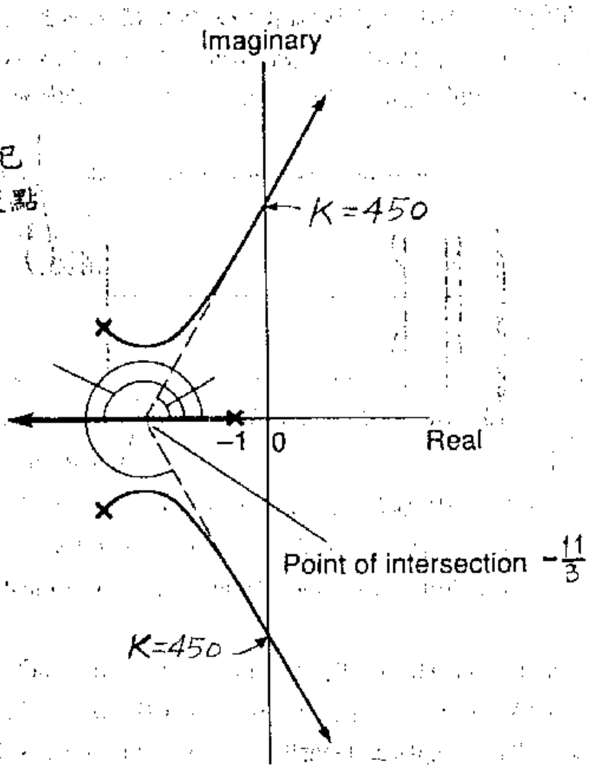


圖 B

四.

Nyquist stability criterion says that the stability of a closed-loop system, whose characteristic equation is $1+G(s)H(s)=0$, can be investigated by examining encirclements of the $-1+j0$ point by the locus of $G(jw)H(jw)$. Given a closed-loop characteristic polynominal equation described by $p(s)=p_0(s)+p_1(s)$, where $p_0(s)$ is stable. To apply the Nyquist stability criterion to analyze the stability of $p(s)$ is to introduce a fictitious plant. So consider the following conditions of the fictious plant $P(s)=p_1(s)/p_0(s)$ and discuss the stability of $p(s)$:

(a) (9%) Suppose $1+P(jw)=0$, for some $w\in R$. What does it mean in terms of stability? and why?
(b) (8%) Suppose $1+P(jw)>0\ \forall w\in R$. What does it mean in terms of stability? and why?
(c) (8%) Suppose $1+P(jw)<0$ for some $w\in R$. What does it mean in terms of stability? and why?