

# 國立中央大學八十六學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 土木工程研究所 庚組 科目: 工程數學 共 1 頁 第 1 頁

庚組: 測繪組

1. 設直線  $L_1$  通過點  $A(1, 2, 4)$  及點  $B(4, 2, 4)$ , 另外, 直線  $L_2$  通過點  $C(3, -1, -1)$  及點  $D(3, 1, 0)$ , 請找出  $L_1$  與  $L_2$  間之垂直距離. (20分)
2. 平面  $P_1$  的方程為  $2x - y + z = 4$ , 平面  $P_2$  的方程為  $x + 3y - z = 2$ , 請寫出平面  $P_1$  與平面  $P_2$  相交截線 (intersection) 的方程式. (15分)
3. 若一曲線的參數式為  $\vec{r} = 4 \sin t \vec{i} + 4 \cos t \vec{j} + 3t \vec{k}$ , 請找出此曲線的切向量場  $\vec{T}(t)$  的參數式. 同時也請找出垂直於  $\vec{T}(t)$  的向量場  $\vec{N}(t)$  的參數式. 同時我們要求  $\vec{T}(t)$  及  $\vec{N}(t)$  的長度滿足  $|\vec{T}| = |\vec{N}| = 1$ . (15分)
4. 試驗證關係式:
  - (1)  $y = \ln^{-1} x = e^x$  ( $e$  表示 Euler 氏常數);
  - (2)  $d \tan^{-1} u = \frac{1}{1+u^2} du$ . (10分)
5. 今有一空間向量  $\vec{r}(t)$ , 其長度為  $R = |\vec{r}|$ . 請以向量點乘 (內積) 書寫方式, 表達  $\dot{R} = \frac{dR}{dt}$  之  $dR$ . (15分)
6. 設有一隨機量  $x$ , 共計量  $n$  回, 得  $x_i, i=1 \cdots n$ ; 其偶然誤差遵循常態分布, 即  $v_i \sim (0, \sigma_i^2)$ . 請以最小二乘 (least squares) 法求證  $x$  之最或是解為  $x_i$  的加權平均值. 並請列出該最或是解之中誤差式子. (15分)
7. 已知正方矩陣  $A$  與  $AA^{-1} = I$  (單位矩陣), 又知
 
$$\dot{A} = \begin{pmatrix} \frac{da_{11}}{dt} & \frac{da_{12}}{dt} & \cdots \\ \frac{da_{21}}{dt} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \frac{da_{nn}}{dt} \end{pmatrix}$$
, 請證明  $\dot{A}^{-1} = -A^{-1} \dot{A} A^{-1}$ . (10分)

參考